

Groves-Ledyard メカニズムにおける Nash 均衡の達成可能性：実験研究*

曾 山 典 子[†]
森 徹[‡]

要 旨

本稿では、傾きを同じくする線形の公共財限界評価曲線をもつ個人を想定し、Groves-Ledyard メカニズムの下で、彼らが Nash 行動 (Cournot-Nash 最良反応動学) に従ってメッセージの選択を行う場合、メッセージが Nash 均衡に収束し、Pareto 効率的配分が達成されるための条件を、罰則パラメータ γ の範囲として導出し、この範囲の下限 γ_c は、Groves-Ledyard メカニズムが supermodularity を満たすための条件として Y. Chen が示した γ の閾値 γ_s を下回ることを明らかにした。その上で、罰則パラメータ γ を、 $0 < \gamma < \gamma_c$ 、 $\gamma_c < \gamma < \gamma_s$ および $\gamma_s < \gamma$ の3通りに設定した実験を実施し、どの設定においても、意思決定ラウンドの後半には Nash 行動が一般的となることを確認し、 $0 < \gamma < \gamma_c$ と設定した場合には Nash 均衡へのメッセージの収束は期待できないが、 $\gamma_s < \gamma$ と設定した場合のみならず、 $\gamma_c < \gamma < \gamma_s$ と設定した場合においても、大部分の実験セッションで Nash 均衡へのメッセージの収束が観察されるという実験結果を得た。

キーワード：Groves-Ledyard メカニズム, Nash 均衡, 実験

JEL 分類番号：H41, C92

1. はじめに

Groves and Ledyard [5] によって開発された公共財供給メカニズム (以下「GL メカニズム」と表記) は、このメカニズムにおいて許容されるいかなるメッセージの値の組合せの下でも取支均衡条件が充たされ、かつ Nash 均衡メッセージにおいて Samuelson 条件が充足される、言い換えれば、公共財を含む経済において、Nash 均衡によって Pareto 効率的配分を遂行できる

* 本稿は、日本学術振興会科学研究費補助金 (基盤研究 (C), 課題番号 19530164, 研究代表者: 曾山典子) による補助の下で行われた共同研究の成果の一部である。

† 天理大学人間学部総合教育研究センター

‡ 名古屋市立大学大学院経済学研究科

優れた公共財供給メカニズムである。

しかし、公共財に対する右下がりの線形限界評価曲線を被験者に割り当てて、Pareto 効率的配分を達成する上での GL メカニズムの性能を実験的に検討した Chen and Plott [1] によれば、GL メカニズムの唯一のパラメータである罰則パラメータ (punishment parameter) の値が十分大きい場合には、GL メカニズムが生成する配分は、素早く正確に Pareto 効率的配分に収束するが、罰則パラメータの値が小さい場合には Pareto 効率的配分への収束速度は遅く、効率性の程度も不十分となることを発見した。

その後、Chen [2] は、準線形の効用関数で表される選好を想定した場合に、GL メカニズムの生成するゲームが supermodularity を満たすための必要十分条件を導出し、その条件は、罰則パラメータがある閾値以上となることであり、Chen and Plott [1] の実験において、安定的で速やかな Pareto 効率的配分への収束が観察された場合の罰則パラメータの設定値はこの閾値を超えていたが、十分な収束が見られなかった場合の罰則パラメータの設定値はこの閾値を下回っていたことを明らかにした。Milgrom and Roberts [7] によって示されたように、supermodularity は、これを満たすゲームにおいて、Cournot-Nash の最良反応動学 (best response dynamics) を含む広範な動学的学習過程の下で、プレーヤの戦略が Nash 均衡に安定的に収束するための十分条件となっていることから、Pareto 効率的配分を達成する上での GL メカニズムの性能と罰則パラメータの値との関連性を明らかにした Chen [2] の研究の意義は大きい。

しかしながら、Chen [3] 自身も述べているように、supermodularity は Nash 均衡への安定的収束のための必要十分条件ではなく十分条件に過ぎないため、Chen [2] が示した閾値を下回る罰則パラメータの値を持つ GL メカニズムの下でも、Pareto 効率的な配分への収束が期待できる場合がある。現に、Cournot-Nash の最良反応動学に従ってメッセージの選択を行う個人を想定した場合に、Chen [2] の示した閾値を下回ってはいるが、各個人のメッセージの Nash 均衡への収束が保証されるように、2 次の公共財評価関数のパラメータや罰則パラメータを設定した森 [8] の実験研究では、GL メカニズムの下で、10 ラウンド以内のメッセージの表明において Nash 均衡への収束、したがって Pareto 効率的配分の達成が実現している。

本稿では、上記の森 [8] の研究を基礎として、2 次の公共財評価関数を組込んだ準線形の効用関数を持つ個人が、Cournot-Nash の最良反応動学に従ってメッセージの選択を行う「Nash 行動」を採った場合を想定し、彼らのメッセージが Nash 均衡に収束し、Pareto 効率的配分が達成されるための必要十分条件を、罰則パラメータの値の範囲を示す形で明示し、その下限が Chen [2] の導出した supermodularity のための閾値を下回ることを示した上で、実験により GL メカニズムの Pareto 効率的配分の達成可能性を検討する。

実験は、上記の特徴を備えた準線形効用関数を 5 人の被験者に割り当てた上で、罰則パラメータの値を、① Nash 均衡への収束条件の下限より低い正の値に設定した場合、② 収束条件の下

限を上回るが、Chen [2] の閾値を下回る値に設定した場合、および③Chen [2] の閾値を上回る値に設定した場合、の3ケースについて実施し、Nash 行動の頻度について検討するとともに、メッセージの Nash 均衡への収束、すなわち Pareto 効率的配分の達成の成否を検証する。

実験の結果、Nash 行動は、各 20 ラウンドの 3 セッションからなる 7 つの実験における延べ 2,100 回の意思決定のうち約 70% の意思決定において観察され、とくに罰則パラメータがケース②の値に設定された場合には 75.7%、ケース③の値に設定された場合には 82.9% の頻度で観察された。また、Nash 均衡へのメッセージの収束は、罰則パラメータがケース①の値に設定された場合にはまったく生じなかったが、ケース②および③の値に設定された場合には、それぞれ 7 実験 (セッション) 中 5 つの実験 (セッション) で観察された。こうした実験結果から、GL メカニズムの下では、個人の戦略選択行動としては Nash 行動が一般的であり、Nash 均衡へのメッセージの収束、したがって Pareto 効率的配分の達成を図るためには、罰則パラメータの値を、必ずしも supermodularity の充足が要求するほど高い水準に設定する必要はなく、Nash 行動下での収束条件の下限を超える値に設定すれば十分であることが言えると考えられる。

本稿の以下の部分の構成は次の通りである。2 節では、2 次の公共財評価関数を組込んだ準線形の効用関数を持つ個人が、Nash 行動を採る状況を想定した場合に、GL メカニズムの下で、メッセージが Nash 均衡に収束するための条件を、理論モデルを用いて導出する。ここでは、とくに実験の実施を意識して、各個人の公共財限界評価曲線の傾きが同一である場合について考察する。3 節では、実験で使用する公共財評価関数のパラメータや罰則パラメータの設定値を明らかにし、実験の方法について記述する。また、3 つの罰則パラメータの設定値の下での実験結果の予想についても述べる。4 節では、実験結果を提示し、Nash 行動の頻度や、罰則パラメータの設定値ごとの Nash 均衡への収束状況を検証する。この節ではまた、Nash 均衡への収束を判定するためのルールについても検討する。最後の 5 節では、本稿の実験から得られた結論を要約し、GL メカニズムにおいて、罰則パラメータの値を高め設定することの問題点を指摘した上で、今後の研究課題について言及する。

2. Groves-Ledyard メカニズムの実験モデル

2.1 個人選好の特定化と GL メカニズムの定式化

公共財 (X 財) と私的財 (Y 財) の 2 財のみが存在する n 個人からなる経済を考える。公共財の供給 (= 消費) 量 X と私的財の消費量 y_i の組合せに関する個人 i ($i=1, \dots, n$) の選好は、準線形の効用関数 $u_i(X, y_i) = y_i + V_i(X)$ によって表され、さらに公共財評価関数 $V_i(X)$ は、次

のような2次関数によって表されるものとする。

$$(1) V_i(X)\beta_i X - \alpha_i X^2 \quad \text{ただし, } \alpha_i, \beta_i > 0$$

各個人は、 \bar{y}_i だけの私的財の初期保有量を持つものとし、私的財の量で測られる公共財の限界費用は、公共財の生産量にかかわらず一定で $c > 0$ と表されるものとする。

このような経済において、公共財の供給量と各個人の費用負担額が、次のように定式化される GL メカニズムによって決定される状況を考える。

GL メカニズムでは、各個人は実数のメッセージ $x_i \in R$ の表明を求められ、公共財の供給量は各個人のメッセージの合計値 $X = \sum_{i=1}^n x_i$ に決定される。このような公共財供給量の決定方式から、GL メカニズムにおけるメッセージ x_i は、他の人々のメッセージの和 $S_i = \sum_{j \neq i} x_j$ で表される、他の人々が希望する公共財供給量への個人 i の追加的需要量と解釈される。最後に、公共財の生産・供給のために各個人に求められる費用負担額 t_i は、GL メカニズムでは、次のように決定される。

$$(2) t_i = \frac{cX}{n} + \frac{\gamma}{2} \left\{ \frac{n-1}{n} (x_i - \mu_i)^2 - \sigma_i^2 \right\} \quad \text{ただし, } \mu_i = \frac{S_i}{n-1}, \quad \sigma_i^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{j \neq i} (x_j - \mu_i)^2, \quad \gamma > 0$$

ここで、 μ_i は他の人々のメッセージの平均値であり、 σ_i^2 は他の人々のメッセージの平方標準誤差を表している。(2)式から明らかなように、GL メカニズムでは、個人のメッセージの値が他の人々のメッセージの平均値から乖離するほど費用負担が大きくなるように設計されているが、この場合の費用負担の増加額は γ の値が大きいくほど大きくなることから、 γ は「罰則パラメータ (punishment parameter)」と呼ばれている。

公共財の供給量や費用負担額が GL メカニズムによって決定される場合、各個人の効用水準は、公共財評価関数を特定化しないで $V_i(X)$ と表記した場合には、

$$(3) u_i = \bar{y}_i - \frac{c(x_i + S_i)}{n} - \frac{\gamma}{2} \left\{ \frac{n-1}{n} \left(x_i - \frac{S_i}{n-1} \right)^2 - \sigma_i^2 \right\} + V_i(x_i + S_i)$$

と表され、ここでの公共財評価関数の特定化を前提とすると、

$$(4) u_i = \bar{y}_i - \frac{c(x_i + S_i)}{n} - \frac{\gamma}{2} \left\{ \frac{n-1}{n} \left(x_i - \frac{S_i}{n-1} \right)^2 - \sigma_i^2 \right\} + \beta_i (x_i + S_i) - \alpha_i (x_i + S_i)^2$$

と表される。

GL メカニズムの下では、(2)式から容易に求められるように、任意のメッセージの組 $x = (x_1, \dots, x_n) \in R^n$ において、収支均衡条件 $\sum_{i=1}^n t_i = cX$ が成立する。また、すべての個人が、他の個人のメッセージを所与として自己の効用を最大化するように自己のメッセージを選択した場合のメッセージの組、すなわち、Nash 均衡メッセージにおいては、この効用最大化問題の1階の条件が $\partial u_i / \partial x_i = -c/n - \{(n-1)\gamma/n\} \{x_i - S_i/(n-1)\} + V_i'(X) = 0$ となることから、 $\sum_{i=1}^n V_i'(X) = c$ すなわち Samuelson 条件が充足される。したがって、GL メカニズムの下では Nash 均衡 (メッセージ) において Pareto 効率的配分が達成される。

本稿における公共財評価関数の特定化の下で、Nash 均衡メッセージを求めるためには、上で、(3)式にもとづいて Nash 均衡における Samuelson 条件の充足を確かめたときと同様に、まず、各個人について (4)式を x_i で偏微分しゼロとおいて x_i について整理し、次式を求める。

$$(5) \quad x_i = A_i S_i + B_i \quad \text{ただし,} \quad A_i = \frac{\gamma - 2\alpha_i n}{2\alpha_i n + (n-1)\gamma}, \quad B_i = \frac{n\beta_i - c}{2\alpha_i n + (n-1)\gamma}$$

そして、 $S_i = \sum_{j \neq i} x_j$ であることに留意して、(5)式のように求められる n 個の関係式からなる連立方程式を (x_1, \dots, x_n) について解けばよい。

ここで、 $x \equiv [x_1, \dots, x_n]^T$ 、 $B \equiv [B_1, \dots, B_n]^T$ とし、行列 A_0 を次のように定義する。

$$(6) \quad A_0 \equiv \begin{bmatrix} 0 & A_1 & \cdots & A_1 \\ A_2 & 0 & \cdots & A_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_n & A_n & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

このとき、上記の連立方程式は、 $x = A_0 x + B$ と表され、Nash 均衡メッセージは、

$$(7) \quad x^* = [I - A_0]^{-1} B \quad (\text{ただし, } I \text{ は } n \text{ 次の単位行列})$$

によって求められる。

2.2 Nash 行動と Nash 均衡への収束条件

GL メカニズムは、本来ワンショットの意思決定において Pareto 効率的配分を達成するメカニズムとして考案されたものであるが、森 [8] においても議論されているように、個人間の相互依存関係の中で決定される Nash 均衡が、1 回限りの意思決定で実現することは期待し難い。したがって、Chen and Plott [1] の実験でも行われているように、GL メカニズムは、繰り返し適用される中で、各個人が何らかの動学的学習過程を経て、Nash 均衡に辿り着く動学的調整過程とみなすべきであると考えられる。

GL メカニズムの反復的適用がどのような動学的調整過程を構成するかは、各個人がどのような動学的学習過程を選択するかに依存しているが、GL メカニズムが Nash 遂行メカニズムであることを考えれば、各個人が、前回の意思決定ラウンドにおける他の個人の意思決定を所与として、今回の自己の効用を最大化するように、今回の自己のメッセージを選択するという、他の人々のメッセージに関する静学的期待を前提とした Cournot-Nash の最良反応を選択する学習過程を想定することが自然であろう。本稿では、このような動学的学習過程を「Nash 行動」と呼ぶことにする。

$x_i(t)$ を、第 t 意思決定ラウンドにおける個人 i のメッセージとし、

$$(8) \quad S_i(t) = \sum_{j \neq i} x_j(t), \quad \mu_i(t) = \frac{S_i(t)}{n-1}, \quad \sigma_i^2(t) = \frac{1}{n-2} \sum_{j \neq i} (x_j - \mu(t))^2$$

とすれば、本稿での Nash 行動は、 $S_i(t) = S_i(t-1)$ および $\sigma_i^2(t) = \sigma_i^2(t-1)$ と想定して、第 t 意思決定ラウンドにおける効用

$$(9) \quad u_i(t) = \bar{y}_i - \frac{c(x_i(t) + S_i(t))}{n} - \frac{\gamma}{2} \left\{ \frac{n-1}{n} \left(x_i - \frac{S_i(t)}{n-1} \right)^2 - \sigma_i^2(t) \right\} \\ + \beta_i(x_i(t) + S_i(t)) - \alpha_i(x_i(t) + S_i(t))$$

を最大化する $x_i(t)$ を選択する行動であると、定式化することができる。

前項において、Nash 均衡メッセージを求める際に行った演算を援用すれば、Nash 行動下の第 t 意思決定ラウンドにおける個人 i のメッセージは、前期の他の個人のメッセージの和によって、

$$(10) \quad x_i(t) = A_i S_i(t-1) + B_i \quad (i=1, \dots, n)$$

と表すことができ、 $x_i(t)$ の推移は、 $x(t) \equiv [x_1(t), \dots, x_n(t)]^T$ とおけば、次のような連立定差方程式によって記述される。

$$(11) \quad x(t) = A_0 x(t-1) + B$$

連立定差方程式 (11) の定常解が Nash 均衡 (メッセージ) x^* であることは明らかであるが、 $x(t)$ が x^* に収束するための必要十分条件は、 A_0 の特性方程式 $|\rho I - A_0| = 0$ の解 (特性根) の絶対値の最大値が 1 を下回っていることである。

$|\rho I - A_0| = \rho \prod_{i=1}^{n-1} (\rho + A_i) - \sum_{i=1}^{n-1} A_i \prod_{j \neq i} (\rho + A_j)$ であるから、 A_0 の特性方程式は一般的には n 次方程式となり、特性根に関する上記の条件が満たされているか否かを確かめることは困難である。本稿の目的は、GL メカニズムの下で Nash 均衡への収束が実際に観察されるか否かを、あらかじめ理論的予想を立てた上で実験によって検証することであるから、GL メカニズムにおけるメッセージが Nash 行動下で Nash 均衡に収束する条件を明確に示すことができる状況を設定する必要がある。そこで、以下では、公共財の限界評価曲線の傾きを決定するパラメータ α_i がすべての個人について同一の値 α をとる場合を考察の対象とする。この場合には、(10) 式における係数 A_i はすべての個人について同一の A 値となり、次式のように表される。

$$(12) \quad A = \frac{\gamma - 2\alpha n}{2\alpha n + (n-1)\gamma}$$

そして、 A_0 の特性方程式は、 $\{\rho - (n-1)A\}(\rho + A)^{n-1} = 0$ と簡略化され、特性根は、 $\rho_1 = (n-1)A$ および $\rho_2 = -A$ ($n-1$ 重根) の 2 つの実数に限定される。 $|\rho_1| > |\rho_2|$ より、 $-1 < (n-1)A < 1$ が、Nash 均衡への収束条件となるが、右側の不等式はつねに成立つので、左側の不等式から導かれる次の条件が、Nash 均衡への収束条件となる。

$$(13) \quad \gamma > \frac{n-2}{n-1} \alpha n$$

ところで、Chen [2] によって導出された、GL メカニズムが supermodularity を満たすゲームを形成するための必要十分条件は、本稿で考察している経済において、すべての個人の限界

評価曲線の傾きが同一である状況を前提とすれば、次のように表される。

$$(14) \quad \gamma \geq 2\alpha n$$

(13)式の右辺を γ_c とおき、(14)式の右辺を γ_s とおくと、 $\gamma_s - \gamma_c = \alpha n^2 / (n-1) > 0$ であるから、GLメカニズムの下で、各個人がNash行動に従ってメッセージの選択を行う限り、罰則パラメータ γ の値を γ_s 以上に設定しなくても、 $\gamma_c < \gamma < \gamma_s$ と設定すれば、Nash均衡への収束、したがってPareto効率的配分の達成を図ることができる。次節では、GLメカニズムの下ではNash行動が一般的であることを検証し、上記のような罰則パラメータの設定によって、Nash均衡への収束が図られることを実証するための実験の設計について述べる。

3. 実験設定

3.1 パラメータの設定と実験の構成

GLメカニズムの下でのNash行動の一般性や、Nash均衡へのメッセージの収束可能性を検証する本稿の実験では、1グループ当たり5名($n=5$)の被験者を採用し、同一の被験者グループについて、罰則パラメータ γ の値を変更して、3セッションの実験を行った。実験グループは7グループ構成し、グループ間での被験者の重複は避けたため、被験者の総数は35名であった。被験者は、すべて奈良女子大学の学部学生または大学院生であり、これまでにGLメカニズムに関する実験の被験者となった経験の無い、経済学以外の専攻の学生であった。実験は、実験手順の試行の意味を込めて行ったグループ0については2009年10月に、他のグループ1~6については同年11月に行われた。

実験では、5名の被験者に、(1)式で表される公共財評価関数と、私的財の初期保有量が割り当てられた。公共財評価関数のパラメータの設定値は、限界評価曲線の傾きの絶対値の1/2に相当する α_i については、5人の被験者に共通に、 $\alpha=1$ と設定した。限界評価曲線の切片に相当する β_i については、被験者間での公共財評価の差異を想定し、 $\beta_1=7$ 、 $\beta_2=9$ 、 $\beta_3=11$ 、 $\beta_4=13$ 、 $\beta_5=15$ と設定した。また、私的財の初期保有量については、Nash均衡における効用水準が被験者間で大きな格差を生じないように配慮して、 $\bar{y}_1=43$ 、 $\bar{y}_2=28$ 、 $\bar{y}_3=17$ 、 $\bar{y}_4=8$ 、 $\bar{y}_5=3$ と設定した。公共財の限界費用は、上記の評価関数のパラメータの設定値の下で、Pareto効率的(配分における)公共財供給量が5となるよう、 $c=5$ と設定した。

罰則パラメータの設定については、前節の末尾で定義した γ_c および γ_s の値が、本稿の実験設定($n=5$ 、 $\alpha=1$)の下では、それぞれ、 $\gamma_c=3.75$ および $\gamma_s=10$ となることから、① γ_c より小さな正の値をとり $\gamma=2$ と設定するケース、② γ_c と γ_s の間の値をとり $\gamma=5$ と設定するケース、③ γ_s を上回る値をとり $\gamma=40$ と設定するケースの3通りの設定を行った。

表 1. 罰則パラメータの設定値ごとの Nash 均衡値

γ	2					5					40				
被験者	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
x_i^*	-1.0	0.0	1.0	2.0	3.0	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
X^*	5.0					5.0					5.0				
$V_i(X^*)$	10.0	20.0	30.0	40.0	50.0	10.0	20.0	30.0	40.0	50.0	10.0	20.0	30.0	40.0	50.0
t_i^*	8.3	3.3	1.7	3.3	8.3	6.3	4.3	3.7	4.3	6.3	5.2	4.9	4.8	4.9	5.2
u_i^*	44.7	44.7	45.3	44.7	44.7	46.7	43.7	43.3	43.7	46.7	47.8	43.1	42.2	43.1	47.8

罰則パラメータの 3 通りの設定値のそれぞれについて、被験者ごとの Nash 均衡メッセージ x_i^* とその合計値 (Pareto 効率的公共財供給量) X^* , Nash 均衡における公共財便益 $V_i(X^*)$, 費用負担額 t_i^* と効用水準 u_i^* を示すと、表 1 の通りとなる。なお、後述するように、本稿の実験では被験者の表明しうるメッセージは 0.5 刻みの値に限定しているため、表 1 の Nash 均衡メッセージも二捨三入によって 0.5 の倍数として表示している。ただし、Nash 均衡における費用負担額 t_i^* と効用水準 u_i^* の値は、小数第 2 位で四捨五入し、小数第 1 位までの数値で示している。

実験では、グループごとに、罰則パラメータの 3 つの値を設定する順序を変えている。グループごとの各セッションにおける罰則パラメータの設定値は表 2 の通りである。

表 2. 実験グループごとの罰則パラメータの設定順序

グループ	0	1	2	3	4	5	6
第 1 セッション	$\gamma=5$	$\gamma=5$	$\gamma=5$	$\gamma=2$	$\gamma=2$	$\gamma=40$	$\gamma=40$
第 2 セッション	$\gamma=2$	$\gamma=2$	$\gamma=40$	$\gamma=5$	$\gamma=40$	$\gamma=5$	$\gamma=2$
第 3 セッション	$\gamma=40$	$\gamma=40$	$\gamma=2$	$\gamma=40$	$\gamma=5$	$\gamma=2$	$\gamma=5$

3.2 実験の方法と手順

実験は、筆者の一人が実験者となって、被験者に配付された「実験説明」を読み上げる形で始められた¹⁾。「実験説明」ではまず、この実験が、5 人の被験者のメッセージによって、ある公共プロジェクトの規模と費用負担を決めるための実験であることが説明されたが、公共プロジェクトの具体的なイメージは提示されなかった。メッセージの内容は、各被験者が、他の 4 人の被験者が選択する公共プロジェクトの規模 ($S_i(t)$) に追加したい規模であると説明され、-3

1) 本稿の実験で用いられた「実験説明」や、後述の「得点表」などのマテリアルは、読者からの請求があれば、送付する。(連絡先: mori@econ.nagoya-cu.ac.jp)

から +3 までの (ゼロを含む) 0.5 刻みの数値で選択するよう求められた。なお、各被験者が自己のメッセージを選択する際には、他の被験者が選択する公共プロジェクトの規模 ($S_i(t)$) は確定していないが、各意思決定ラウンドにおいて、前回のラウンドに他の被験者が選択した公共プロジェクトの規模 ($S_i(t-1)$) を表示するので、参考にして欲しいとの説明がなされた。さらに、最初のラウンドでは、「前回のラウンドに他の被験者が選択した公共プロジェクトの規模」は存在しないが、その値はゼロと想定するよう説明された。

「実験説明」には、この後、2 節で説明した GL メカニズムによる公共財供給量や各被験者の費用負担額の決定方式が、当該実験セッションにおける各種の設定値を用いて、数式ではなく言葉で記述されている。もちろん、「GL メカニズム」や「罰則パラメータ」といった表現は用いられず、効用関数や評価関数、限界費用等のテクニカル・タームも使用されていない。

実験では、上記のような GL メカニズムのルールに関する説明に加えて、自己のメッセージの値 ($x_i(t)$) と他の被験者のメッセージの合計値 ($S_i(t)$) との組合せから、2 節の (9) 式で示された効用水準 ($u_i(t)$; 実験では、「得点」と表現) から $(\gamma/2)\sigma_i^2(t)$ (実験では「加算値」と表現) を除いた値を読み取ることで「得点表」を各被験者に配付し、各被験者は、この「得点表」を参照して、メッセージの選択を行うよう推奨された。ただし、「得点表」に記載された数値 (小数第 1 位までの値で表示) は、被験者への報酬の基礎となる「得点」(効用水準 $u_i(t)$) そのものではないため、被験者には、当該ラウンドにおける「加算値」を予想して、「得点表」の値にこれを加えた値を「得点」とみなすよう指示されたが、当該ラウンドの「加算値」($(\gamma/2)\sigma_i^2(t)$) の予想を行うに当たっては、各ラウンドの初めに通知される前ラウンドでの「加算値」($(\gamma/2)\sigma_i^2(t-1)$) を参考にして欲しいとの説明がなされた。なお、最初のラウンドでは、「前回の加算値」は存在しないが、その値はゼロとみなすよう説明された。

実験は、コンピュータ・ネットワークを通じて行われ、各意思決定ラウンドの初めに、被験者の前の端末 (ノート型パソコン) 画面上に、前回の「他の被験者のメッセージの合計値」と「加算値」が表示され、被験者は、端末画面上で当該ラウンドのメッセージの値を入力する。5 名の被験者全員がメッセージの値を入力すると、端末画面上に、当該ラウンドにおける「公共プロジェクトの規模 ($X(t)$)」、「他の被験者のメッセージの合計値 ($S_i(t)$)」、「加算値 ($(\gamma/2)\sigma_i^2(t)$)」、当該被験者の「得点 ($u_i(t)$)」および当該ラウンドまでの「得点の累計」が表示され、1 つの意思決定ラウンドが終了する。

実験では、どのグループのどのセッションにおいても、以上のような意思決定ラウンドが 20 回繰り返して実施された。各実験グループについて、罰則パラメータの値を変更して 3 つのセッションが行われ、各被験者は 3 セッションにわたる合計 60 の実験ラウンドで得た得点の合計に、1 点当り 2 円の単価を乗じた報酬を、実験直後に実験者より受け取った。

3.3 実験結果に関する予想

実験の実施に先立って、われわれは、罰則パラメータ γ の設定値を決定するために、 γ をさまざまな値に設定し、Nash 行動を前提とした GL メカニズムのメッセージの推移に関するコンピュータ・シミュレーションを行った。2 節での議論から理解できるように、公共財の限界評価曲線の傾きを個人間で同一とした場合には、Nash 行動下での各個人のメッセージ $x_i(t)$ やそれらの合計値 $X(t)$ の推移は、主として、行列 A_0 の 2 つの特性根のうち、絶対値の大きい $\rho_1 = (n-1)A$ の符号や大きさに依存している。この点を念頭に置いて、シミュレーション結果を参照しながら、次の 3 つのケースについて、罰則パラメータ γ の値を、それぞれ、 $\gamma=2$ 、 $\gamma=5$ 、および $\gamma=40$ に設定した。

まず、 $0 < \gamma < \gamma_c$ の範囲で γ を設定する場合については、本稿の実験設定の下では $\gamma_c = 3.75$ であるから、被験者に対する説明がわかりやすいものになるよう γ を整数に限定するならば、 γ は、1、2 または 3 に設定することになる。 $0 < \gamma < \gamma_c$ である場合には、 $\rho_1 = (n-1)A < -1$ となるので、理論的には、 $x_i(t)$ や $X(t)$ の値は振動し、振動幅はしだいに大きくなって、Nash 均衡値 (x_i^*, X^*) へは収束せず発散する。本稿の実験では、 $-3 \leq x_i(t) \leq 3$ という制約が課されているので、発散はしないが、 $X(t)$ は $[-15, 15]$ の区間で反復的振動を続けることになる。この点は、 γ を 1、2 または 3 のどの値に設定しても同様であり、シミュレーションによっても確認された。そこで、本稿では、3 つの値の中間値を採用し、 $\gamma=2$ と設定した。

次に、 $\gamma_c < \gamma < \gamma_s$ の範囲で γ を設定する場合については、本稿の実験設定の下では $\gamma_s = 10$ であるから、 γ を整数値とするならば、 γ は 4~9 の 6 つの整数のどれかとなる。いずれの値を選んでも、 $-1 < \rho_1 < 0$ となることから、理論的には、 $x_i(t)$ や $X(t)$ の値は振動しながら Nash 均衡値に収束すると考えられる。しかし、 γ の値が γ_c に近いと振動幅が大きくなるので、メッセージの選択範囲に関する実験上の制約から、メッセージは振動を繰り返したままの状態になる可能性がある。他方、 γ の値が γ_s に近いと、 ρ_1 が絶対値の小さな負値をとるため、メッセージの選択が 0.5 刻みに限定されていることもあって、メッセージは Nash 均衡値の近傍 $(x_i(t)$ については上下 0.5 の範囲、 $X(t)$ については上下 2.5 の範囲) で継続的な振動を繰り返す可能性がある。シミュレーションの結果、 $\gamma=4$ と設定した場合には前者の可能性が、 $\gamma=6$ および $\gamma=8$ と設定した場合には後者の可能性が実際に生じた。また、 $\gamma=9$ と設定した場合には、 ρ_1 がゼロに近いことから当然ではあるが、最初のラウンドで Nash 均衡が実現し、実験結果から Nash 行動の一般性を検証するという実験目的からすると、十分なデータが提供されないという意味で問題が生じる。そこで、 γ の値としては、5 または 7 を採用することが適当という結果となるが、本稿では、シミュレーションにおいて Nash 均衡への収束により多くのラウンド数 (8 ラウンド) を要した $\gamma=5$ の設定を採用した。

最後に、 $\gamma > \gamma_s$ の範囲で γ を設定する場合については、 $0 < \rho_1 < 1$ となるため、理論的には、メッセージは振動することなく Nash 均衡に近づいていくはずである。しかし、 γ の値を大きく設定すると、 ρ_1 の値はゼロに近くなり、しかも初期ラウンドにおける「前回の他の人々のメッセージの合計 ($S_i(0)$)」はゼロと設定したためにメッセージの初期値は $x_i(1) = B_i$ で、かつ γ の値が大きい場合の B_i の値は Nash 均衡値を大きく下回るため、シミュレーションでは、メッセージは Nash 均衡値より小さな値のままほとんど変化しないという結果が生じる。シミュレーションでは、 $\gamma > \gamma_s$ の場合の γ の値としては、15 から始めて 5 刻みの整数値を設定したが、 $\gamma = 45$ 以上のケースでは、このような状況が発生した。他方、 γ を γ_s に近い値に設定すると、Nash 均衡への収束は観察されるが、収束速度が速く、Nash 行動の検証に用いることのできるデータが十分得られない可能性が生じる。そこで、 $\gamma > \gamma_s$ の範囲での γ の設定値としては、シミュレーションの結果、Nash 均衡値を下回るメッセージの出現が継続的に生じることがない γ の上限であった $\gamma = 40$ を採用した。

以上に述べた 3 つのケースでの γ の設定値の下でのメッセージの合計値 $X(t)$ のシミュレーション上の推移を示すと、図 1 のように表される。 $\gamma = 5$ および $\gamma = 40$ の設定の下では、振動の有無には違いがあるが、いずれも 10 ラウンド以内に Nash 均衡値 ($X^* = 5$) に収束する。実験においては、これほどスムーズな均衡への収束は観察されないかもしれないが、Nash 均衡への収束すなわち Pareto 効率的公共財供給量の達成は期待できるものと考えられる。これに対して、 $\gamma = 2$ と設定した場合には、シミュレーションでは、 $X(t)$ は、 -12 と 15 との間を振動し続ける結果となる。 $X(t)$ が大きなマイナスあるいは大きなプラスの値をとる場合、被験者の得点（効用水準）は大幅なマイナスとなるので、 $\gamma = 2$ と設定された実験においては、被験者達は Nash 行動を離れ、比較的小さなプラスの値をメッセージとして選択することになる。実際、

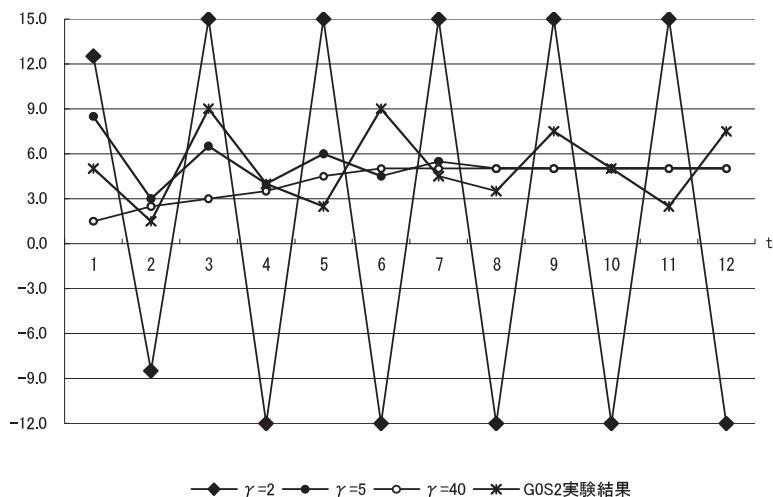


図 1. シミュレーションにおけるメッセージの合計値 $X(t)$ の推移

実験結果の一部を先取りして、 $\gamma=2$ と設定された、実験グループ0の第2セッションにおける $X(t)$ の推移を図1に書き加えてみると、シミュレーションでの推移に比べ、かなりマイルドな動きを示している。しかし、依然として $\gamma=5$ や $\gamma=40$ の場合に比べると変動は大きく、Nash 均衡への収束は期待できない。これは実験グループ0にのみ見られる現象であるとは考え難く、 $\gamma=2$ の設定の下では、実験においても、Nash 均衡へのメッセージの収束は期待できない。

4. 実験結果

4.1 Nash 行動の一般性

各20ラウンドの3つのセッションから成る7実験グループ(被験者5名)において得られたメッセージ $x_i(t)$ のデータは、全体で2,100個、罰則パラメータ γ の設定値別に区分すれば、各々700個に上っている。本項ではまず、これらのメッセージのデータのうち、どれほどの割合がNash 行動に従って選択されたものであるかを算出することによって、本稿の実験における Nash 行動の一般性の程度を検証する。

この検討に当たっては、得られたメッセージ $x_i(t)$ の値が、2節で示した(10)式の右辺の値に等しくなっているかどうかをチェックすればよい。ここで、 $S_i(t-1)$ は前回のラウンドで他の被験者が選択したメッセージの合計であり、 $t=1$ の場合にはゼロとする。 A_i や B_i の値は(5)式に示されているが、罰則パラメータ γ の設定値ごとに、各被験者について、本稿の実験設定の下での値を示すと表3の通りとなる。

メッセージの選択がNash 行動に従って行われているならば、(10)式が成立っていなければならないが、本稿の実験では、メッセージの選択は0.5刻みの値で行われなければならないという制約が課されている。したがって、(10)式が厳密に成立つようにメッセージの値を選択することは困難である。そこで、本稿では、メッセージの選択値 $x_i(t)$ と $A_i S_i(t-1) + B_i$ との差の絶対値が0.5以下である場合には、当該メッセージはNash 行動に従って選択されたものとみなすこととする。

上記の基準に従って、Nash 行動が採用されたと判断される意思決定回数を本項の冒頭で述べたすべての、あるいは罰則パラメータの設定値ごとの意思決定ラウンド数(メッセージのデー

表3. 罰則パラメータの設定値・被験者ごとの A_i および B_i の値

γ	2					5					40				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
B_i	1.67	2.22	2.78	3.33	3.89	1.00	1.33	1.67	2.00	2.33	0.18	0.24	0.29	0.35	0.41
A_i	-0.444					-0.167					0.177				

表4. Nash行動に従ってメッセージの選択が行われたラウンドの割合 (%)

	全ラウンド	前半10ラウンド	後半10ラウンド	最終5ラウンド
全 体	70.3	63.1	76.6	78.7
$\gamma=2$ のセッション	55.3	50.3	60.3	66.3
$\gamma=5$ のセッション	75.3	70.0	82.0	81.7
$\gamma=40$ のセッション	82.9	69.1	87.4	88.0

タ数)で除した割合を示すと、表4のようになる。なお、表4では、20ラウンドすべてについて上記の割合を示した他に、前半の10ラウンド、後半の10ラウンド、および最終の5ラウンドのみを対象とした場合の割合も示されている。

表4から明らかなように、Nash行動に従ってメッセージの選択が行われた意思決定回数は全体の70%に達しており、後半10ラウンドや最終5ラウンドでは80%近い割合に達している。前節の末尾で述べたように、 $\gamma=2$ と設定したセッションでは、Nash行動に従ってメッセージの選択を行うと、得点(効用)が大きなマイナスの値をとるため、Nash行動に従ったメッセージ選択の割合は他のケースに比べて全般的に低くなっているが、それでも、最終5ラウンドにおいては、3分の2の意思決定ラウンドにおいてNash行動が採用されている。また、 $\gamma=5$ や $\gamma=40$ と設定されたセッションでは、後半のラウンドにおいては、8割以上の割合でNash行動に従ったメッセージの選択が行われている。これらの結果から、少なくとも本稿の実験の方法に従ってGLメカニズムを適用した場合には、とくに一定の意思決定の繰返しを経た後には、罰則パラメータの設定値の如何にかかわらず、Nash行動に従ったメッセージの選択が一般的になると判断できる。

4.2 Nash 均衡への収束可能性

GLメカニズムの下でのメッセージの選択において、Nash行動が一般的であるならば、前節の末尾でコンピュータ・シミュレーションに関連して議論したように、罰則パラメータ γ の設定値によって、Nash均衡へのメッセージの収束、すなわちPareto効率的配分の達成に関するGLメカニズムの性能は異なるはずである。すなわち、 $\gamma=5$ や $\gamma=40$ と設定したケースでは、Nash均衡へのメッセージの収束は期待できるが、 $\gamma=2$ と設定したケースでは収束は期待できない。この点が実験結果によって確認できるか否かを次に検証してみよう。

ひとつの実験(グループ)のあるラウンド t においてNash均衡が達成されたか否かの判断基準は、理論的には、すべての被験者 i について、当該ラウンドにおけるメッセージ $x_i(t)$ の値が、表1に示したNash均衡メッセージ x_i^* に等しくなることである。しかし、本稿での実験で

は、被験者のメッセージが0.5刻みの値に限定されている上に、表1に示した x_i^* の値も二捨三入によって0.5刻みの値で表示されていることを考慮すると、上記の判断基準を若干緩和して、「すべての被験者 i について、 $|x_i(t) - x_i^*| \leq 0.5$ であり、かつ、メッセージの合計値についても $|X(t) - X^*| \leq 0.5$ である」場合に、Nash 均衡が「達成」されたとみなすのが妥当であると考えられる。その上で、本稿では、ある意思決定ラウンドから最終ラウンドに至るまで Nash 均衡が達成された状況が継続して生じるならば、そのような状況が生じた最初のラウンドにおいて、メッセージは Nash 均衡に「収束」したものとみなすこととする。このような判断基準の下では、GL メカニズムが「収束」した状態において決定する公共財供給量は、Pareto 効率的水準から上下に0.5単位乖離する可能性があり、各被験者のメッセージも Nash 均衡メッセージから上下に0.5だけ乖離する可能性があるが、Nash 均衡メッセージからの乖離の方向が一方向に偏ることは生じない。

表5は、上記の判断基準にもとづいて、各実験グループについて、罰則パラメータの設定値ごとに、全20ラウンドのうち Nash 均衡が「達成」されたラウンド数の割合と、Nash 均衡への「収束」が生じたラウンド（収束しなかった場合は「×」と表示）を示したものである。なお、表5の「収束ラウンド」欄の括弧内の数字は、上記の Nash 均衡の「達成」の基準を若干緩和し、 $|x_i(t) - x_i^*| (i=1, \dots, 5)$ および $|X(t) - X^*|$ の6つの絶対値のうち、ひとつは0.5以下でなくても1.0以下であれば、ラウンド t で Nash 均衡が「達成」されたとみなした場合に、上記と同じ意味で Nash 均衡への「収束」が生じたと解釈できるラウンド数を示している。

表5から明らかのように、罰則パラメータを $\gamma=2$ と設定した場合には、Nash 均衡への収束は、まったく観察されなかった。これに対して、 $\gamma=5$ および $\gamma=40$ と設定した場合には、いずれも7実験（グループ）中5実験（グループ）で Nash 均衡への収束が観察され、Nash 均衡の「達成」に関する判断基準を緩和すると、 $\gamma=40$ の設定の下では、すべての実験（グループ）において Nash 均衡への収束が観察されることになる。また、 $\gamma=5$ と設定された実験グループ5の第2セッションにおいては、第19ラウンドと最終ラウンドにおいて1人の被験者が Nash 均衡メッセージと1.0だけ乖離したメッセージを選択したことが影響して、Nash 均衡の「達成」に関する判断基準を緩和しても、Nash 均衡が「達成」されたとみなしうる状況にはならなかったが、第18ラウンド以前の8つのラウンドでは、緩和された判断基準を用いれば、Nash 均衡が「達成」された状況が連続しており、実質的には第11ラウンドで Nash 均衡への「収束」が生じたとみなしうる結果となっている。

以上のような実験結果から、罰則パラメータ γ が γ_c （本稿の実験設定の下では3.75）を下回る値に設定された場合には、GL メカニズムの下でのメッセージは Nash 均衡に収束せず公共財の Pareto 効率的供給は期待できないが、 γ の設定値が γ_c を上回る場合には（必ずしも γ_s をも上回る値に設定されなくても）、Nash 均衡への収束と Pareto 効率的配分の達成が期待でき

表5. 各実験セッションにおけるNash均衡の「達成」割合と「収束」の成否

グループ	γ の設定値	セッション	Nash均衡の「達成」割合	「収束」ラウンド
0	2	2	5%	×
	5	1	35%	17
	40	3	50%	11(10)
1	2	2	10%	×
	5	1	30%	18
	40	3	0%	×(18)
2	2	3	5%	×
	5	1	15%	×
	40	2	5%	×(15)
3	2	1	0%	×
	5	2	75%	20
	40	3	95%	2(1)
4	2	1	0%	×
	5	3	65%	17
	40	2	85%	12(6)
5	2	3	0%	×
	5	2	30%	×
	40	1	25%	20(19)
6	2	2	0%	×
	5	3	70%	14
	40	1	20%	18
全体	2	—	2.9%	収束実験の割合0.0%
	5	—	46.4%	収束実験の割合71.4%
	40	—	40.0%	収束実験の割合71.4%

るという理論的予想が、ほぼ実証されたと考えられる。

最後に、Nash均衡への収束の成否を視覚的に示すために、 γ の3つの設定値の下で、メッセージの合計値 $X(t)$ とそのNash均衡値 X^* (Pareto 効率的公共財供給水準) との乖離の絶対値の7つの実験にわたる平均値が、ラウンドごとにどのように推移したかを図示すると、図2のようになる。 $\gamma=5$ の設定の下では、実験(グループ)2および5の最終2ラウンドにおける乖離幅の拡大を反映して、それ以前のラウンドでの乖離幅の縮小傾向が薄れているが、後半のラウンドにおける推移を全体的に見ると、ラウンドの進行に伴って乖離幅は縮小している。 $\gamma=40$ の設定の下では、若干の反発的動きは見られるが、乖離幅の縮小傾向はより顕著である。 $\gamma=2$

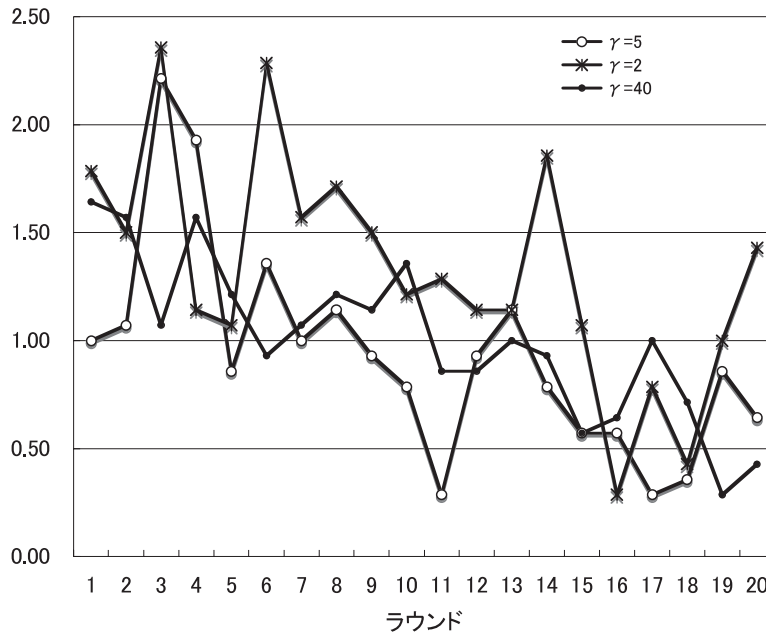


図2. 罰則パラメータの設定値ごとの $|X(t) - X^*|$ の平均値の推移

の設定の下でも，全体的には乖離幅の縮小傾向が見られるが，後半のラウンドにおいても乖離幅の変動は大きく，収束の方向に向かっているとは言い難い推移を示している。

4.3 Nash 均衡の達成判定ルール

前項では，実験で表明された被験者のメッセージ $x_i(t)$ やそれらの合計値 $X(t)$ と，本稿の実験設定の下で理論的に求められる Nash 均衡メッセージ x_i^* やその合計値 X^* との比較にもとづいて Nash 均衡の「達成」の成否を判断したが，GL メカニズムを実際に（実験室実験ではなく，フィールドで）適用する場合には，メッセージの表明を行う個人の選好（公共財評価関数）が既知ではないため，このような理論的 Nash 均衡値を用いた判断は不可能である。

そこで，表明されたメッセージの値のみから Nash 均衡の「達成」を判定するルールが必要となるが，そのようなルールとして最も自然なものは，すべての個人について，当該意思決定ラウンドのメッセージ $x_i(t)$ が前回のメッセージ $x_i(t-1)$ と一致する ($x_i(t) = x_i(t-1)$) という判定ルールであろう。以下では，このルールの有効性を検証するために，本稿での実験結果について，このルールの判定条件 ($\forall i, x_i(t) = x_i(t-1)$) が成立したラウンドで，前項の判断基準による Nash 均衡の「達成」が確認できるか否か，また，20 ラウンドのいずれにおいても前項の判断基準で Nash 均衡の「達成」が確認できなかった実験セッションにおいては，本項の判

定条件もまったく成立しないと言えるか否かを検討しよう。

表6の「判定条件」の欄には、当該実験セッションにおいて本項での判定条件 ($\forall i, x_i(t) = x_i(t-1)$) が最初に成立したラウンド数 (R_0 とする) が記載されており、20ラウンドのいずれにおいても判定条件が成立しなかった場合には、「×」が記載されている。また、「Nash均衡の達成」の欄には、当該実験セッションの「収束判定条件」欄に R_0 が記載されており、かつ、ラウンド R_0 で前項の判断基準により Nash 均衡が「達成」されたと判断された場合には、「○」が、ラウンド R_0 では Nash 均衡が「達成」されたと判断されないが、他のラウンドで Nash 均衡が「達成」されたと判断される場合には、後者の最初のラウンド数 (R_1 とする) が記載されている。さらに、当該実験セッションのどのラウンドにおいても前項の判断基準による Nash 均衡の「達成」が確認されなかった場合には、「Nash 均衡の達成」欄には「×」が記載されている。

表6にもとづいて、表6の「判定条件」欄の2通りの記載事項、すなわち「 R_0 (ラウンド R_0

表6. 各実験セッションにおけるNash均衡の「達成」判定条件と判断基準の整合性

グループ	γ の設定値	セッション	判定条件	Nash均衡の「達成」
0	2	2	×	18
	5	1	20	○
	40	3	3	11
1	2	2	×	6
	5	1	×	15
	40	3	20	×
2	2	3	×	8
	5	1	×	11
	40	2	17	19
3	2	1	×	×
	5	2	8	○
	40	3	7	○
4	2	1	×	×
	5	3	18	○
	40	2	3	○
5	2	3	×	×
	5	2	14	11
	40	1	×	12
6	2	2	×	×
	5	3	10	○
	40	1	×	18

表7. 「判定条件」と「Nash均衡の達成」との各組合せごとの実験セッション数

判定条件\Nash均衡の達成	○	R_1	×
R_0	6 (0, 4, 2)	3 (0, 1, 2)	1 (0, 0, 1)
×	-	7 (3, 2, 2)	4 (4, 0, 0)

注) 括弧内の数値は、それぞれ、該当する組合せが生じたセッションのうち、 $\gamma=2$ と設定されたセッション数、 $\gamma=5$ と設定されたセッション数、および $\gamma=40$ と設定されたセッション数を示している。

で判定条件が初めて成立)」または「× (どのラウンドでも判定条件は成立せず)」と、「Nash 均衡の達成」欄の3通りの記載事項、すなわち「○ (ラウンド R_0 で Nash 均衡が達成)」, または「 R_1 (ラウンド R_0 とは異なるラウンド R_1 で Nash 均衡が初めて達成)」あるいは「× (どのラウンドでも Nash 均衡は成立せず)」との6つの組合せのうち、「×」と「○」というあり得ない組合せを除いた5通りの組合せのそれぞれについて、本稿の実験で生じたセッション数を示すと、表7のようになる。表7に示された5つの組合せのうち、本項での判定条件が、前項での Nash 均衡の「達成」の成否を正しく判定しているケースは、「 R_0 」と「○」、および「×」と「×」の組合せの2つのケースである。これらのケースに該当するセッション数は10セッションで、全体(21セッション)の半数を若干下回っている。このことは、判定条件は Nash 均衡の「達成」されたラウンドはなかったと判定しているのに対し実際には Nash 均衡が「達成」されたラウンドが存在したことを意味する「×」と「 R_1 」の組合せに該当するセッションが全体の3分の1にも達している点と考え合わせると、本項での基準が、Nash 均衡の達成を判定するための基準としては厳しすぎることを示唆している。しかし、意思決定ラウンド数を本稿の実験での20ラウンドより長くすれば、 $\gamma=5$ や $\gamma=40$ と設定したセッションでは、表7の「×」と「 R_1 」の組合せが、「 R_0 」と「○」の組合せに変化する可能性も十分考えられる。その場合には、本項の判定基準は、前項の判断基準による Nash 均衡の達成(または非達成)の3分の2程度を正しく判定しうることとなり、完全ではないが、かなり有効性の高い判定基準であると言えよう。

5. おわりに

本稿では、傾きを同じくする線形の公共財限界評価曲線をもつ個人を想定し、GLメカニズムの下で、彼らが Nash 行動 (Cournot-Nash 最良反応動学) に従ってメッセージの選択を行う場合、メッセージが Nash 均衡に収束し、Pareto 効率的配分が達成されるための条件を、罰則パラメータ γ の範囲として導出し、この範囲の下限 γ_c は、GLメカニズムが supermodularity を満たすための条件として Chen [2] が示した γ の閾値 γ_s を下回ることを明らかにした。そ

の上で、罰則パラメータ γ を、 $0 < \gamma < \gamma_c$ 、 $\gamma_c < \gamma < \gamma_s$ および $\gamma_s < \gamma$ の 3 通りに設定した実験を実施し、どの設定においても、意思決定ラウンドの後半には Nash 行動が一般的となることを確認し、 $0 < \gamma < \gamma_c$ と設定した場合には Nash 均衡へのメッセージの収束は期待できないが、 $\gamma_s < \gamma$ と設定した場合のみならず、 $\gamma_c < \gamma < \gamma_s$ と設定した場合においても、大部分の実験セッションで Nash 均衡へのメッセージの収束が観察されるという実験結果を得た。このような実験結果は、Pareto 効率的配分を達成する上での GL メカニズムの性能を発揮させるためには、罰則パラメータ γ の設定に関して、Chen [2] の示した閾値 γ_s よりも、本稿で示した γ_c の方が、より重要な意味を持っていることを示唆している。この点は、 γ の値を高く設定することが、GL メカニズムの性能を低下させる可能性があることを示す以下のような論点を考慮すれば、いっそう重要である。

Muench and Walker [9] は、本稿で考察したものと同様な経済において、個人の数 n (経済の規模) が大きくなると、罰則パラメータ γ を固定した場合、Nash 行動に従って選択される各個人のメッセージは不安定となる (振動する) ことを指摘し、大規模経済での Nash 均衡の達成が困難になることを示唆した。ただし、彼らが示したことは、本稿の記号を用いれば、 n が大きくなると、 A は負となるという点であり、この点は本稿でも確認できるが、本稿の 2 節の (12) 式より $\lim_{n \rightarrow +\infty} A = -2\alpha/(2\alpha + \gamma)$ であるから、 n が無限大に近づいても A (は負ではあるが) の絶対値は 1 より小さい。したがって、この点の指摘だけでは、大規模経済において Nash 均衡の達成が困難になるとは言えない。しかし本稿で示したように、Nash 均衡への収束が可能か否かは、 $\rho_1 = (n-1)A$ の絶対値が 1 より小さいか否かに依存しており、明らかに $\lim_{n \rightarrow +\infty} \rho_1 = -\infty$ であるから、大規模経済においては、メッセージは振動しながら発散し、Muench and Walker [9] の危惧は妥当性をもつと言える。他方、Muench and Walker [9] は、 n の拡大にあわせて γ を引上げていけば、上記の困難性は回避できるが、メッセージは低水準のまま変化せず、やはり、大規模経済では、Nash 均衡 (したがって Pareto 効率的配分) の達成は期待できないことを指摘している。この点は、本稿の記号を用いれば、次のように示すことができる。まず $A = (1/n - 2\alpha/\gamma)/(2\alpha/\gamma + (1-1/n))$ と書けることから $\lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ \gamma \rightarrow +\infty}} A = 0$ であり、また明らかに $\lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ \gamma \rightarrow +\infty}} B_i = 0$ であるから、大規模経済において、 γ も非常に大きな値に設定するならば、Nash 行動を採り、メッセージを $x_i(t) = AS_i(t-1) + B_i$ と設定する個人は、ゼロに近い値をメッセージとして選択し続けることになる。

GL メカニズムの (フィールドでの) 実際の適用を想定する場合でも、住民代表による意思決定への参加を考慮すれば、必ずしも n が非常に大きいケースを想定する必要はないであろう。しかし、上記の Muench and Walker [9] の指摘は、 n が固定されている場合に γ を大きな値に設定することの問題点を考察することの重要性を示唆している。ふたたび、2 節の (12) 式よ

り、 $A=(1-2\alpha n/\gamma)/(2\alpha n/\gamma+(n-1))$ と書けることから、 $\lim_{\gamma \rightarrow +\infty} A=1/(n-1)$ であり、したがって $\lim_{\gamma \rightarrow +\infty} \rho_1=1$ となる。また、明らかに、 $\lim_{\gamma \rightarrow +\infty} B_i=0$ である。これらの事実は、 γ を大きな値に設定すると、Nash 行動に従う個人のメッセージはゼロに近い低い水準にとどまったまま変化しない可能性が高いことを意味している。この点は、3節の末尾でも指摘した点であり、そこでのシミュレーションでは、 γ を45程度の必ずしも非常に大きな値とは言えない水準に設定した場合でも、上記のような可能性が生じることが確かめられている。

罰則パラメータを大きな値に設定することにより生じるもうひとつの問題点は、個人合理性の欠如ないしは応益性の面から見た不公平性の問題である。この問題を端的に示すために、本稿の実験設定における β_i （公共財限界評価曲線の切片）の値のみを変更し、 $\beta_1=\beta_2=\beta_3=\beta_4=5$ 、 $\beta_5=35$ であるとしよう。公共財の中には、老人福祉サービスのように、住民全体に便益をもたらすが、特定の階層の住民にとくに大きな便益をもたらすと考えられるものも少なくないことを考えれば、このような想定は決して非現実的ではないと言えよう。このような公共財評価関数のパラメータの設定の下では、Pareto 効率的公共財供給量は、本稿での実験設定と同じく、 $X^*=5$ となり、 $V_1(X^*)=V_2(X^*)=V_3(X^*)=V_4(X^*)=0$ 、 $V_5(X^*)=150$ となる。すなわち、Pareto 効率的公共財供給量においては、個人1~4は、公共財から何の便益も受けず、個人5のみが大きな便益を受けるという状況になる。GLメカニズムの下でのNash均衡メッセージ x_i^* と費用負担額 t_i^* は、罰則パラメータの値に依存し、 $\gamma=40$ と設定した場合には、 $x_1^*=x_2^*=x_3^*=x_4^*=0.85$ 、 $x_5^*=1.6$ および $t_1^*=t_2^*=t_3^*=t_4^*=2.75$ 、 $t_5^*=14.0$ となる。したがって、 $\gamma=40$ と設定した場合には、GLメカニズムを適用した結果、メッセージがNash均衡に収束しPareto 効率的配分が達成された時点での効用水準は、個人5については $u_5^*=\bar{y}_5-t_5^*+V_5(X^*)=\bar{y}_5+136.0$ となり、GLメカニズムを適用して公共財を供給する以前の初期時点での効用水準 $u_5^0=\bar{y}_5$ より大きくなるが、他の4人の個人については、GLメカニズムを適用した後の効用水準は $u_i^*=\bar{y}_i-t_i^*+V_i(X^*)=\bar{y}_i-2.75$ となって、初期時点の効用水準 $u_i^0=\bar{y}_i$ を下回ることになる。したがって、 $\gamma=40$ と設定した場合には、個人1~4にとっては、GLメカニズムを適用して公共財の供給を行った後の効用水準が初期時点の効用水準を下回るという、個人合理性に欠ける状況が発生し、彼らにとって、GLメカニズムへの参加のインセンティブが阻害される事態が生じる。また、彼らがGLメカニズムによる公共財供給に参加したとしても、公共財から何らの便益も受けていないのに費用負担を強いられる結果となり、公共財からの便益に応じて費用負担を求めるべきであるという、応益性の原則からすれば、公平性を欠いた事態となる。ここでの公共財評価関数のパラメータの設定値の下では、罰則パラメータ γ を18より大きな値に設定すると、こうした事態が生じる。

他方、 $\gamma=5$ と設定した場合には、上記のようなパラメータ設定の下でも、GLメカニズム下のNash均衡メッセージは $x_1^*=x_2^*=x_3^*=x_4^*=-0.2$ 、 $x_5^*=5.8$ となり、費用負担額は

$t_1^* = t_2^* = t_3^* = t_4^* = -13.0$, $t_5^* = 73.0$ となって、個人合理性の欠如の問題は回避される。そして、公共財から大きな便益を受ける個人5が、自己の費用負担額のうち公共財の総費用を上回る部分を、便益をまったく受けない個人1~4に分配することとなって、応益性の観点から生じる不公平が緩和される。

以上のように、GLメカニズムにおける罰則パラメータを大きな値に設定することは、Nash均衡へのメッセージの収束可能性（したがって Pareto 効率的配分の達成可能性）の点からも、個人合理性の充足や応益性の観点から見た公平性の確保の点からも問題がある。罰則パラメータの値を、Chen [2] の示した閾値を大きく上回らない値に設定できれば、これらの問題は回避できると考えられるが、公共財に対する個人の選好が正確に把握できないフィールドでの GLメカニズムの適用に際して、この閾値を念頭に置いて罰則パラメータを高い値に設定することは危険である。本稿では、罰則パラメータの値を Chen [2] の示した閾値の2分の1以下に設定しても、個人が Nash 行動を採る限り、GLメカニズム下のメッセージは Nash 均衡に収束しうることを理論的に示し、実験によって実証した。このことは、Chen [2] の閾値を下限として罰則パラメータを高く設定することの危険性を考えれば、GLメカニズムの実際の適用にあたって大きな意義をもっていると言えよう。

本稿では、GLメカニズムが理論的期待通りに Pareto 効率的配分を達成しうるか否かに関し、Nash 行動の下でのメッセージの収束条件を考え、導出された収束条件が満たされる場合には理論的期待は達成されるが、収束条件が満たされない場合には、GLメカニズムは Pareto 効率的配分を実現し得ないことを、実験によって実証した。このような実験的検証は、他の Nash 遂行メカニズムについても行う必要があり、とくに、非常に単純な構造の費用負担ルールを有する Walker [10] の開発したメカニズムについて、このメカニズムの下で Nash 行動がどれほど一般的であると言えるか、そして Nash 行動の下でメッセージが Nash 均衡に収束するための条件はどのようなものかを、実験的・理論的に検討することは、現実の公共財供給問題への Nash 遂行メカニズムの適用可能性を考える上で、重要な研究課題であると考えられる。

さらに、個人が、効用水準そのものではなく、効用水準の増加分の最大化をめざしてメッセージの選択を行うことを想定した場合に、表明されたメッセージにもとづいて公共財供給量を改訂していく動的調整プロセスについて、理論的に期待されるようなメッセージの選択が行われ、プロセスがその定常均衡点において Pareto 効率的配分を達成できるかどうか、実験的検証を加えることも今後の研究課題となろう。Malinvaud [6] や Dreze and de la Vallee Poussin [4] によって開発された MDP プロセスをはじめとして、このような公共財供給のための動的調整プロセスでは、個人が何らかの特性を持ったメッセージを選択するならば、プロセスの構造によって、Pareto 効率的配分への収束が保証されている。したがって、実験的検証の主眼は、個人が、理論的に期待される特性を持ったメッセージの選択を実際に行うか否かという点に向

けられることになろう。

参考文献

- [1] Chen, Y. and C. R. Plott, "The Groves-Ledyard mechanism: An experimental study of institutional design," *Journal of Public Economics* 59, pp. 335-364, 1996.
- [2] Chen, Y., "Supermodularity of Nash-efficient public goods mechanisms," University of Bonn SFB303 working paper, 1997.
- [3] Chen, Y., "Incentive-compatible mechanisms for pure public goods: A survey of experimental research," in C. R. Plott and V. L. Smith ed. *Handbook of experimental economics results* Chapter 67, pp. 621-643, 2008.
- [4] Dreze, J. H. and D. de l Vallee Poussin, "A tatonnement process for public goods," *Review of Economic Studies* 37, pp. 133-150, 1971.
- [5] Groves, T. and J. O. Ledyard, "Optimal allocation of public goods: A solution to the free rider problem," *Econometrica* 45, pp. 783-809, 1977.
- [6] Malinvaud, E., "A planning approach to the public good problem," *The Swedish Journal of Economics* 73, pp. 96-112, 1971.
- [7] Millgrom, P. and J. Roberts, "Rationalizability, learning and equilibrium in games with strategic complementarities," *Econometrica* 58, pp. 1255-1277, 1990.
- [8] 森徹, 「公共財供給機構の有効性—実験的研究一」, 『経済研究』第40巻第3号, pp. 234-246, 1989年.
- [9] Muench, T. and M. Walker, "Are Groves-Ledyard equilibria attainable?," *Review of Economic Studies* 50, pp. 393-396, 1983.
- [10] Walker, M., "A simple incentive compatible scheme for attaining Lindahl allocations," *Econometrica* 49, pp. 65-71, 1981.

(2010年3月19日受領)