

GARCH-MIDAS モデルの本邦株式市場への 適用可能性について

森 本 孝 之*

概 要

Engle *et al.* (2013) が提案した GARCH-MIDAS モデルを用い, 日本の株式市場の分析を行なった研究は, 私の知る限り Hoang (2015) のみであり, 日本語の文献は皆無である. そこで本稿では, GARCH-MIDAS モデルの本邦株式市場への適用可能性について考察する. 本稿で用いられるデータは, 株価指数として日経平均株価いわゆる日経 225 および個別銘柄として日本たばこ産業の対数収益率を用いる. 標本期間は, 1994 年 10 月 28 日から 2016 年 4 月 28 日までであり, 標本数は 5285 である. 実証研究において, 純粋に経済的なショックであった 2008 年 9 月のリーマン・ショックの影響がボラティリティの長期的成分にも影響を与えている一方, 自然災害である 2011 年 3 月の東日本大震災はボラティリティの長期的成分にあまり影響を与えないことを見出した.

キーワード: 日経平均株価, 対数収益率, 実現ボラティリティ, GARCH-MIDAS

JEL 分類: G10

1 はじめに

Bollerslev (1986) は Engle (1982) による ARCH (autoregressive conditional heteroskedastic) モデルを一般化した GARCH (generalized ARCH) モデルを提案した. この GARCH モデルは最も有力なボラティリティ変動モデルの一つであり, このモデルを基に多くの派生種が考案されている. また, 異なる頻度のデータを一つの統計モデルに組み入れる手法である MIDAS (mixed-data sampling) モデルは Ghysels *et al.* (2004, 2005, 2006) によって考案された. これら 2 つのモデルを一つに統合したものが Engle *et al.* (2013) が提案した GARCH-MIDAS モデルであるが, それに先立つ Engle and Rangel (2008) による Spline-GARCH モ

* 関西学院大学理工学部

Email: morimot@kwansei.ac.jp

デルも重要である。この Spline-GARCH モデルは、ある種のスプライン関数を用いることによりデータに内在する潜在的な長期的傾向を近似し、平均方程式の誤差項の分散を短期と長期の成分に分割する。このモデルにおけるボラティリティの長期成分について MIDAS を用いたモデルが GARCH-MIDAS である。こういった長期的なボラティリティの傾向を研究した文献は、Officer (1973) あるいは Schwert (1989) まで遡ることができるが、近年、例えば Conrad and Loch (2015a, b), Asgharian *et al.* (2015) あるいは Asgharian *et al.* (2016) といった GARCH-MIDAS モデルを分析手法として用いた文献も出版されている。Conrad and Loch (2015a) では、2 成分 GARCH-MIDAS モデルを用い、米国の長期市場リスクとマクロ経済変数間関係を調べている。彼らの結果によると、マクロ経済変数は長期の株式市場ボラティリティの重要な決定因子であり、特に種々のマクロ経済変数の中でも、住宅着工件数、企業業績、失業率が、長期株式市場ボラティリティに対して最も高い予測力を持つことを明らかにしている。また、Conrad and Loch (2015b) では、GARCH-MIDAS モデルから得られる条件付き分散の予測値に基づく期待分散リスクプレミアム (variance risk premium, VRP) の新しい測度を提案している。彼らは、この新しい測度が米国の将来の累積株式市場収益率に対して高い予測力を持つことを明らかにしている。このことは、この新しい測度が VRP の駆動要因である経済ファンダメンタルズの不確実性を効果的に識別できることに起因している。Asgharian *et al.* (2015) は、多変量版の GARCH-MIDAS モデルの 1 種である DCC (dynamic conditional correlation) -MIDAS モデルを用い、長期の株式と債券の共分散行列が Bali *et al.* (2015) によるマクロ経済不確実性指数 (macroeconomic uncertainty index, MUI) に依存することを示している。彼らの結果は、マクロ経済の不確実性が高いときに起こるとされる、質への逃避 (flight-to-quality) 現象と整合的な結果である。さらに、Asgharian *et al.* (2016) は DCC-MIDAS を用い、マクロ金融因子により影響を受ける長期の株式と債券の相関を分析している。データとしては、インフレーション率、利子率、流動性といったマクロ経済の状況と市場の不確実性に関するマクロ経済因子を用いている。これらマクロ経済因子を用いることにより、長期の株式と債券の相関を高い精度で予測できることを示している。以上のように、GARCH-MIDAS モデルを用いた実証分析は多く存在するが、日本の株式市場の分析を行なった研究は、私の知る限り Hoang (2015) のみであり、日本語の文献は皆無である。そこで本稿では、シミュレーション研究および実証分析を通じ、GARCH-MIDAS モデルの本邦株式市場への適用可能性について考察する。

本稿の構成は下記の通りである。続く第 2 節では、第 3 節以降で用いられる MIDAS および GARCH-MIDAS モデルを導入し概説する。第 3 節では、Engle *et al.* (2013) において推定されたパラメーター値を真値としたシミュレーション分析を行い、GARCH-MIDAS モデルの最尤推定値の挙動について調べる。第 4 節では、実際のデータとして日経平均株価いわゆる日経 225 および日本たばこ産業の対数収益率を用い、実証分析を行う。第 5 節では、結論と今後の展望を述べる。

2 モデル

本節では、次節以降で用いられる MIDAS および GARCH-MIDAS モデルを導入し概説する。

MIDAS とは mixed-data sampling の頭文字を取った略語であり、触ったもの全てを黄金に変える (midas touch) というギリシア神話のミダース王を連想させる名前でもある。この MIDAS は、文字通り、日次、週次、月次、四半期、年次、といった異なる周期で採取された時系列データを 1 つのモデルに組み込む回帰モデルである。ここで y_t を日次、週次、月次、四半期、年次、といった固定された周期 t で採取された時系列データとする。そして、 $x_t^{(m)}$ を上記のデータ採取区間を m 等分した、例えば y_t が月次とするならば $m=22$ 営業日等の独立変数とする。これら y_t および $x_t^{(m)}$ を用いることにより、MIDAS 型線形回帰モデルは次のように定義される。

$$\begin{aligned} y_t &= \beta_0 + \sum_{j=0}^{j^{\max}} b(j, \theta) x_{t-j/m}^{(m)} + \varepsilon_t \\ &= \beta_0 + B(L^{1/m}) x_t^{(m)} + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (1)$$

ここで $B(L^{1/m}) = b(0, \theta) + b(1, \theta)L^{1/m} + \dots + b(j^{\max}, \theta)L^{j^{\max}/m}$ は、ハイパーパラメーター θ に依存する長さ j^{\max} の多項式であり、 $L^{j/m}$ は $L^{j/m} x_t^{(m)} = x_{t-j/m}^{(m)}$ となるようなある種のラグ演算子である。このモデルの形を見ると、MIDAS は次の分布ラグ (distributed lag, DL) モデルと密接に関係していることが分かる。

$$\begin{aligned} y_{t+1} &= \beta_0 + \sum_{j=0}^{j^{\max}} b(j, \theta) x_{t-j} + \varepsilon_{t+1} \\ &= \beta_0 + B(L) x_t + \varepsilon_{t+1} \end{aligned}$$

ここで $B(L)$ は、ある種のラグ多項式演算子であり、通常、ハイパーパラメーター θ によってその挙動が決定される。分布ラグ・モデルについては、例えば、Greene (2014) あるいは Wooldridge (2015) 等を見よ。GARCH-MIDAS モデルにおける (1) 式の $b(k; \theta)$ については、任意の関数系が考えられるが、まず代表的なものとして、下記の指数アーモン (exponential Almon) ラグが挙げられる。

$$b(k; \theta) = \frac{e^{\theta_1 k + \dots + \theta_Q k^Q}}{\sum_{k=1}^{k^{\max}} e^{\theta_1 k + \dots + \theta_Q k^Q}}$$

これは名前の通り、分布ラグ・モデルの文脈で用いられるアーモン (Almon) ラグと関係が深い。次に、2 つのパラメーター $\theta = [\theta_1; \theta_2]$ を持ち、ベータ関数に基づくベータ (Beta) ラグは下記のように定式化される。

$$b(k; \theta_1, \theta_2) = \frac{f(j/j^{\max}, \theta_1; \theta_2)}{\sum_{j=1}^{j^{\max}} f(j/j^{\max}, \theta_1; \theta_2)}$$

ここで $f(x, a, b) = \frac{x^{a-1}(1-x)^{b-1}}{B(a, b)}$, $B(a, b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}$ であり $\Gamma(a) = \int_0^\infty e^{-x} x^{a-1} dx$ であ

る。図1は、パラメーター a , b を動かした際のベータ多項式の挙動を図示したものである。この図から、ベータ多項式を用いることにより、より柔軟にラグ変数の影響をモデルに組み入れることができることが分かる。本稿では、このベータ・ラグを用いて、GARCH-MIDAS モデルの分析を行う。

次に、GARCH-MIDAS モデルを導入する。まず、 i 日の日次収益率および月次あるいは四半期といった i を含む任意の周期 t を考える。そして、区間 $[t-1, t]$ には N_t 日分の収益率が存在するとする。理解し易いように、ここでは t を月次の場合に固定すると、 t 月における i 日の収益率は次のように書ける。

$$r_{i,t} = \mu + \sqrt{\tau_t} \times g_{i,t} \varepsilon_{i,t}, \quad \forall i = 1, \dots, N_t \quad (2)$$

ここで $\Phi_{i-1,t}$ は t 月の $(i-1)$ 日目までの情報集合であり、 $\varepsilon_{i,t} | \Phi_{i-1,t} \sim N(0, 1)$ である。さらに先行研究 Engle *et al.* (2013) と同様、ボラティリティ成分 $g_{i,t}$ が次のような日次の GARCH(1, 1) 過程に従うと仮定する。

$$g_{i,t} = (1 - \alpha - \beta) + \alpha \frac{(r_{i-1,t} - \mu)^2}{\tau_t} + \beta g_{i-1,t} \quad (3)$$

この(3)式の右辺にある τ_t がいわゆるボラティリティの長期成分であり、この τ こそが GARCH-MIDAS モデルを特徴づけるフィルターとなっている。

$$\tau_t = m + \theta \sum_{k=1}^K \varphi_k(\omega_1, \omega_2) R V_{t-k} \quad (4)$$

ここで $R V_t$ は、 $R V_t = \sum_{i=1}^{N_t} r_{i,t}^2$ と定式化される月次の実現ボラティリティ (realized volatility),

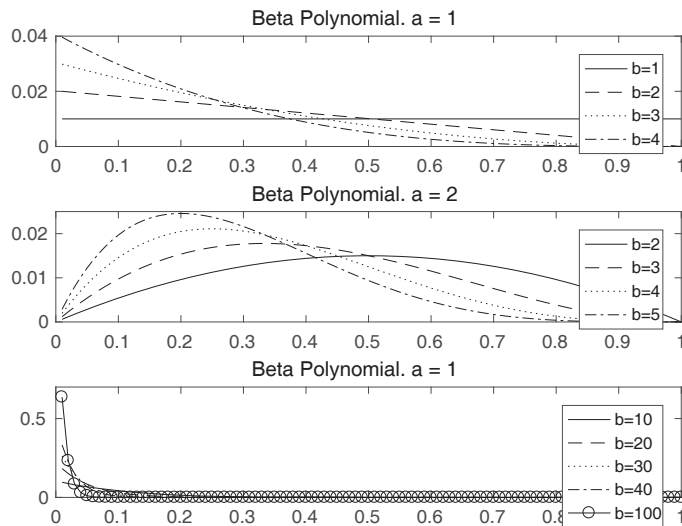


図1 ベータ多項式の挙動

RV) である。このボラティリティの長期成分を捉えるために月次あるいは四半期の RV を用いる考え方は、Merton (1980) あるいは Schwert (1989) まで遡ることができる。また、(4) 式の右辺にある φ_k は、いわゆる重み付け関数であり、前述した通り、本稿では下記のベータ・ラグを用いる。

$$\varphi_k(\omega) = \frac{(k/K)^{\omega_1-1}(1-k/K)^{\omega_2-1}}{\sum_{j=1}^K (j/K)^{\omega_1-1}(1-j/K)^{\omega_2-1}}$$

本節最後に、マクロ経済時系列データを直接的に GARCH-MIDAS モデルに組み込むことを考える。これまで τ_t の説明変数に月次あるいは四半期の実現ボラティリティを用いてきたが、それに代えてラグ付きのマクロ経済変数を用いる。Engle *et al.* (2013) に従えば、ここでのマクロ経済変数は、鉱工業生産成長率 (industrial production growth rate, IP) および生産者物価指数によるインフレーション率 (producer price index inflation rate, PPI) となるが、当然、その他のマクロ経済変数を用いることも考えられる。ここでは (4) 式の RV_{t-k} をマクロ経済変数 X_{t-k}^{mv} に入れ替えることにより、次式が得られる。

$$\log \tau_t = m + \theta \sum_{k=1}^K \varphi_k(\omega_1, \omega_2) X_{t-k}^{mv}$$

ここで、上付き添字 mv はマクロ経済変数 (macro variable) であることを表す。また、 τ_t の対数値を用いているのは、IP および PPI が変化率であり負の値を考慮に入れているためであり、実際に τ_t を分散方程式に組み入れる際には、指数をとることによりボラティリティの正値性を保証する。

3 シミュレーション研究

本節では、前節で導入された GARCH-MIDAS モデルの最尤推定値の挙動について調べるため、Engle *et al.* (2013) において推定されたパラメーター値を真値としたシミュレーション分析を行う。まず、パラメーターの設定値は、Engle *et al.* (2013) の TABLE 1 (p. 786) における Fixed RV (1890–1919) の推定値より $\mu=0.00054$, $\alpha=0.15368$, $\beta=0.78035$, $\theta=0.00462$, $\omega=236.68483$ および $m=0.00005$ とした。ただし、ここでは (4) 式において $\omega_1=1$ および $\omega_2=\omega$ とおき、 $K=24$ つまり長期的傾向を示すラグを 24 ヶ月とし分析を行う。次に、これらの値を (2), (3), (4) 式にそれぞれ代入し、データ生成過程 (data generating process, DGP) とする。この DGP の標本数は $1200\text{ヶ月} \times 20\text{日} = 24000$ とし、この系列に対し GARCH-MIDAS モデルの各パラメーターを最尤法を用い推定する。こうした DGP の生成、パラメーターの推定を 100000 回繰り返すことにより、100000 個のパラメーター推定値が得られた。表 1 は、推定されたパラメーター 100000 個の基本統計量であり、平均及び中央値を見る限り、最初に設定された

表1 基本統計量

	$\hat{\mu}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\theta}$	\hat{w}	\hat{m}
平均	0.0005	0.1555	0.7775	0.0036	236.8271	0.0001
中央値	0.0005	0.1554	0.7776	0.0036	236.6849	0.0001
最大値	0.0007	0.1842	0.8114	0.0073	473.0816	0.0001
最小値	0.0004	0.1293	0.7375	0.0004	4.6419	0.0000
標準偏差	0.0000	0.0063	0.0088	0.0008	5.7913	0.0000
歪度	-0.0098	0.0290	-0.0796	0.1392	0.7829	0.1820
尖度	2.9900	3.0056	3.0488	3.0701	104.4956	3.1200
標本数	100000	100000	100000	100000	100000	100000

パラメーター値に比較的近い値となっている。ただし、 \hat{w} の標準偏差および尖度が他のパラメーター推定値に比べて、非常に大きい値となっていることが注目される。また、図2は、各パラメーター推定値のヒストグラムを描いたものである。この図からも \hat{w} の尖度が他のパラメーター推定値に比べて、非常に大きい値となっていることが分かる。次に、各パラメーター間の相関係数を表にしたのが、表2である。この表から、 $\hat{\alpha}$ と $\hat{\beta}$ には-0.7995および $\hat{\theta}$ と \hat{m} には-0.4257というかなり強い負の相関が、 $\hat{\alpha}$ と \hat{m} には0.4056という逆にかなり強い正の相関が、それぞれ存在することが分かる。また、図3は、各パラメーター間の散布図を描いたものである。この図からは、表2の結果と整合的に $\hat{\alpha}$ と $\hat{\beta}$ との間の強い負の相関を見出すことができるとともに、 \hat{w} の推定値が異常値とも考えられる外れ値を持つことがありうることを示している。

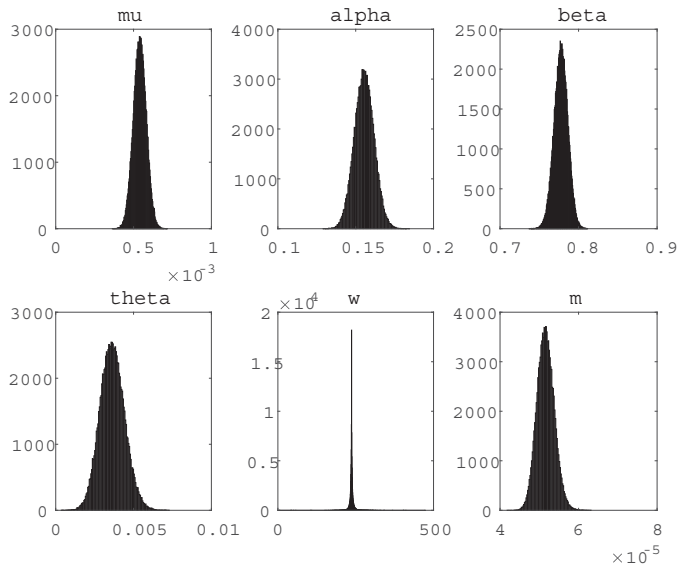


図2 各パラメーター推定値のヒストグラム

表2 各パラメーター間の相関行列

	$\hat{\mu}$	\hat{a}	$\hat{\beta}$	$\hat{\theta}$	\hat{w}	\hat{m}
$\hat{\mu}$	1.0000	-0.0025	0.0053	0.0042	0.0004	-0.0014
\hat{a}	-0.0025	1.0000	-0.7995	0.0575	-0.0004	0.4056
$\hat{\beta}$	0.0053	-0.7995	1.0000	-0.0108	-0.0025	-0.0149
$\hat{\theta}$	0.0042	0.0575	-0.0108	1.0000	-0.0041	-0.4257
\hat{w}	0.0004	-0.0004	-0.0025	-0.0041	1.0000	-0.0025
\hat{m}	-0.0014	0.4056	-0.0149	-0.4257	-0.0025	1.0000

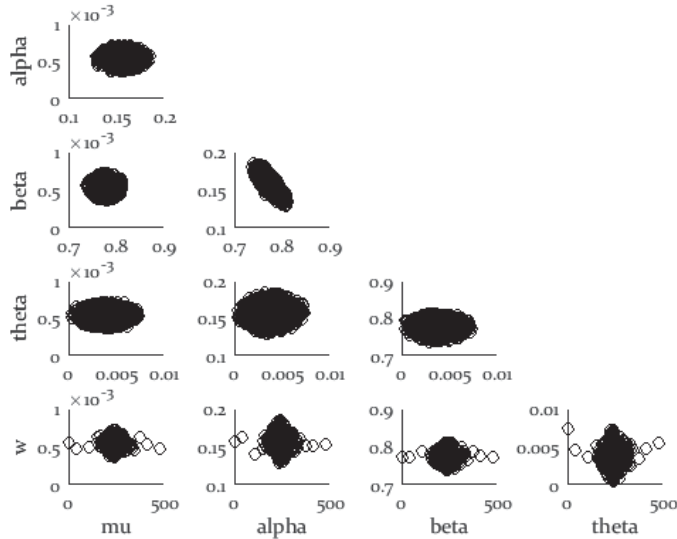


図3 各パラメーター間の散布図

4 実証分析

本節では、株価指数として日経平均株価いわゆる日経225 (Nikkei 225) および個別銘柄として日本たばこ産業 (Japan Tobacco, JT) の対数収益率を用い、GARCH-MIDASモデルの実証分析を行う。データの標本期間は、1994年10月28日から2016年4月28日までであり、標本数は5285である。まず、各対数収益率データの時系列プロットを描いたのが図4である。この図から、両者とも2008年9月のリーマン・ショックおよび2011年3月の東日本大震災の影響を大きく受けているのが分かる。日本たばこ産業については、1999年10月から11月にかけて大きく変動しているが、この直接的な原因は分からなかった。ただ1999年は日本たばこ産業にとって、5月に米国のRJRナビスコ社から米国外のたばこ事業を取得、7月には旭化成工業(株)の食品事業を取得、さらに10月には鳥居薬品(株)との業務提携が発表されるなど、大きなニュースが続いたことが遠因になっているのかもしれない。JTグループの歴史については、公式ホームページ「JTグループの歴史」(<https://www.jti.co.jp/corporate/outline/histo->

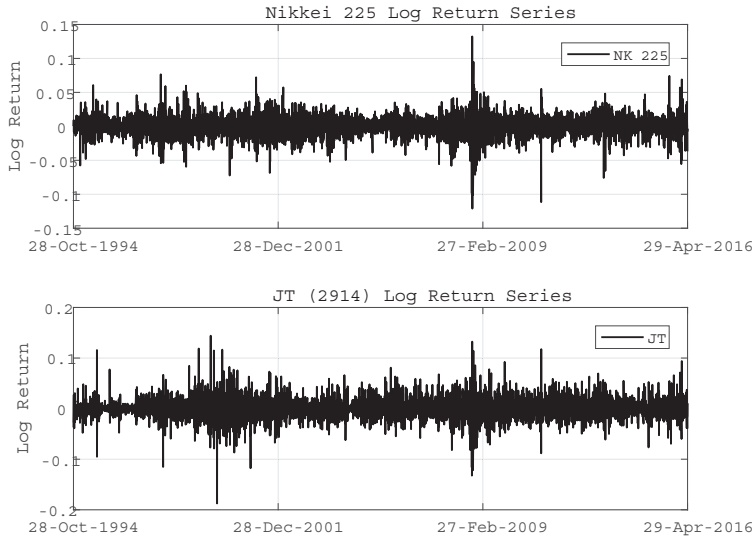


図4 時系列プロット（日経平均株価および日本たばこ産業）

ry/) が詳しい。次に、表3は、各対数収益率の基本統計量を、また図5はヒストグラムをそれぞれ表している。これらの表と図から分かることは、両者とも正規分布に比べ尖度が大きく、より急尖的な分布となっていることである。

続いて、上述の日経平均株価および日本たばこ産業の対数収益率に対して GARCH-MIDAS モデルを適用し、パラメーター推定を行う。推定方法は、前節のシミュレーション研究と同様、最尤法を用いた。また、前節のシミュレーション研究と同様に、(4)式において $\omega_1=1$ および $\omega_2=\omega$ とおき、 $K=24$ つまり長期的傾向を示すラグを24ヶ月とし分析を行う。

表4は各系列に対するパラメーター推定値の結果を表している。推定値の下段にある括弧の中の値は、標準誤差を表している。これらの結果の中で、 $\hat{\omega}$ の標準誤差の値が他のパラメーター推定値のものに比べて比較的大きい値となっていることは、シミュレーション研究における推定値 $\hat{\omega}$ の標準偏差の値が大きかったことと整合的である。最後に、各系列に対して推定されたボラティリティの短期および長期的成分の時系列プロットを図6および7に示す。 $K=24$ つまり長期的傾向を示すラグを24ヶ月としているため、ちょうど2年分の値が排除された影響でこれらの時系列プロットは1996年から描かれている。これらの図から、対数収益率の時系

表3 基本統計量（日経平均株価および日本たばこ産業）

	平均	最大値	最小値	標準偏差	歪度	尖度
日経平均株価	0.0003	0.1441	-0.1874	0.0212	0.0926	7.9075
日本たばこ産業	-0.0000	0.1323	-0.1211	0.0153	-0.2674	8.2783

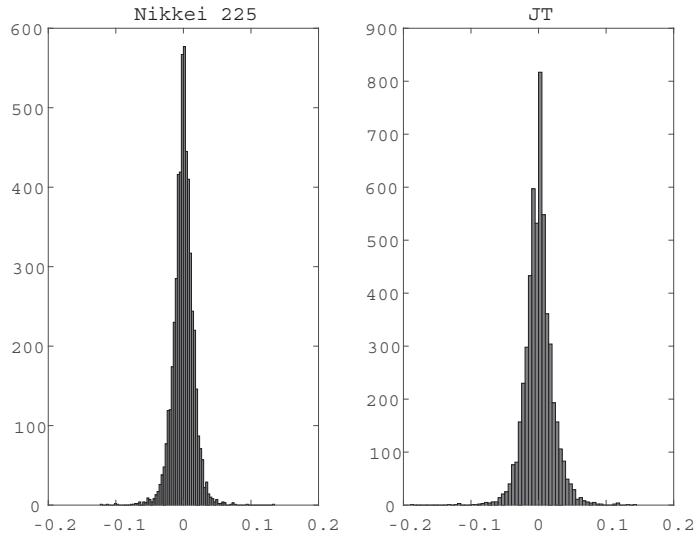


図5 ヒストグラム（日経平均株価および日本たばこ産業）

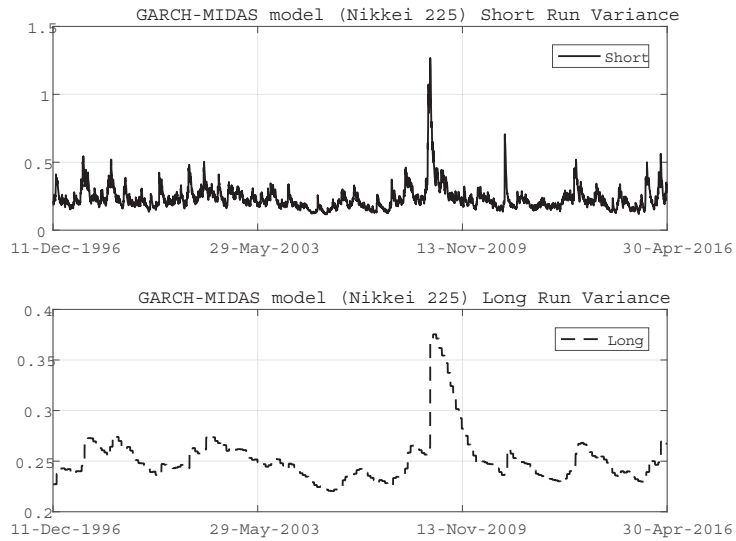


図6 推定されたボラティリティの短期および長期的成分の時系列プロット（日経平均株価）

表4 パラメーター推定値（日経平均株価および日本たばこ産業）

	$\hat{\mu}$	\hat{a}	$\hat{\beta}$	$\hat{\theta}$	\hat{w}	\hat{m}
日経平均株価	0.0007 (0.0003)	0.1264 (0.0103)	0.7141 (0.0256)	0.1825 (0.0062)	8.8438 (1.2946)	0.0114 (0.0008)
日本たばこ産業	0.0004 (0.0002)	0.1092 (0.0078)	0.8622 (0.0122)	0.1271 (0.0267)	3.9876 (2.7299)	0.0130 (0.0015)

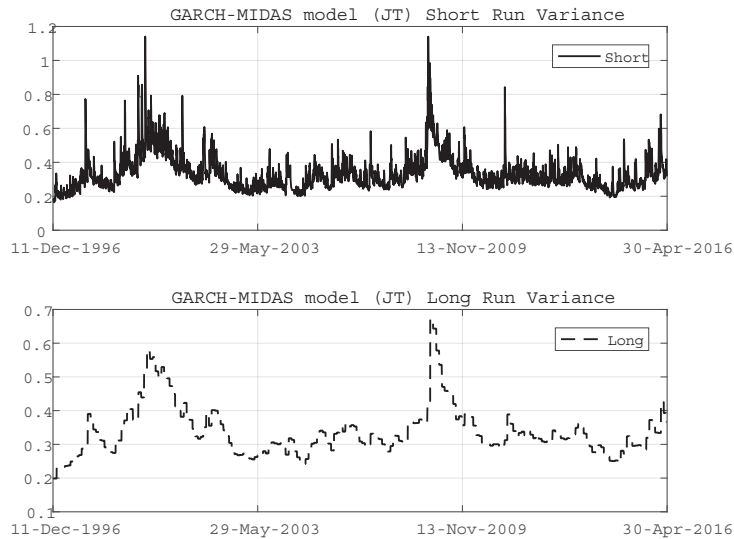


図7 推定されたボラティリティの短期および長期的成分の時系列プロット（日本たばこ産業）

列プロットである図4において大きな変動を示した期間に、ボラティリティの短期および長期的成分も同様に高い値を示していることが分かる。ただし、2011年3月の東日本大震災の影響については、ボラティリティの短期的成分のグラフでは大きな反応を示しているにもかかわらず、長期的成分のグラフではそれほど高い値を示していないことが興味深い。このことは、2008年9月のリーマン・ショックが純粋に経済的なショックであった一方、2011年3月の東日本大震災は自然災害に起因するものであったことが原因なのかもしれない。

5 まとめと今後の展望

本稿では、MIDASおよびGARCH-MIDASモデルを導入し概説し、Engle *et al.* (2013) において推定されたパラメーター値を真値としたシミュレーション分析を行い、GARCH-MIDASモデルの最尤推定値の挙動について調べた。さらに、実際のデータとして日経平均株価いわゆる日経225および日本たばこ産業の対数収益率を用い、実証分析を行った。GARCH-MIDASモデルを用い、日本の株式市場の分析を行なった研究は、私の知る限りHoang (2015)のみであり、日本語の文献は皆無である。そこで本稿の目的は、GARCH-MIDASモデルの本邦株式市場への適用可能性について考察することにあつた。得られた主な結果は、下記の通りである。まず、第3節のシミュレーション研究において、重み付け関数の特徴づけるパラメーター $\hat{\omega}$ の推定値が他のパラメーター推定値に比べて標準偏差および尖度が非常に大きいことを

示した。また、パラメーター推定値 $\hat{\alpha}$ と $\hat{\beta}$ および $\hat{\theta}$ と \hat{m} には強い負の相関が、逆に $\hat{\alpha}$ と \hat{m} には強い正の相関が存在することが分かった。次に、第4節の実証研究においては、パラメーター推定値 $\hat{\omega}$ の標準誤差の値が他のパラメーター推定値に比べて比較的大きな値となっていることが、シミュレーション研究における推定値 $\hat{\omega}$ の標準偏差の値が大きかったことと整合的な結果であることを示した。さらに、純粋に経済的なショックであった2008年9月のリーマン・ショックの影響がボラティリティの長期的成分にも影響を与えている一方、自然災害である2011年3月の東日本大震災はボラティリティの長期的成分にあまり影響を与えないことを見出した。

今後の展望として考えられることは、第2節の最後で触れたように、月次のボラティリティに代えて、四半期あるいは年次のマクロ経済変数を τ_t の説明変数に組み入れることである。また、今回はボラティリティの推定のみに着目したが、当然のことながら、予測力の比較を行うことによってGARCH-MIDASモデルの有用性を示すことも研究の方向性としては考えられる。いずれにせよ、GARCH-MIDASモデルを本邦株式市場へ適用し分析する研究は、今後増えていくことになるであろう。

謝 辞

本研究は、科学研究費基盤研究(C)15K03406による援助を受けています。

参考文献

- Asgharian, H., Christiansen, C. and Hou, A. J. (2015) Effects of macroeconomic uncertainty on the stock and bond markets, *Finance Research Letters*, **13**, 10–16.
- Asgharian, H., Christiansen, C. and Hou, A. J. (2016) Macro-finance determinants of the long-run stockbond correlation: The DCC-MIDAS specification, *Journal of Financial Econometrics*, **14**, 617.
- Bali, T. G., Brown, S. J. and Tang, Y. (2015) Macroeconomic uncertainty and expected stock returns, *Georgetown McDonough School of Business Research Paper*.
- Bollerslev, T. (1986) Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, **31**, 307–327.
- Conrad, C. and Loch, K. (2015a) Anticipating long-term stock market volatility, *Journal of Applied Econometrics*, **30**, 1090–1114.
- Conrad, C. and Loch, K. (2015b) The variance risk premium and fundamental uncertainty, *Economics Letters*, **132**, 56–60.
- Engle, R. (1982) Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation, *Econometrica*, **50**, 987–1007.
- Engle, R., Ghysels, E. and Sohn, B. (2013) Stock market volatility and macroeconomic fundamentals, *Review of Economics and Statistics*, **95**, 776–797.
- Engle, R. F. and Rangel, J. G. (2008) The spline-GARCH model for low-frequency volatility and its global macroeconomic causes, *The Review of Financial Studies*, **21**, 1187.
- Ghysels, E., Santa-Clara, P. and Valkanov, R. (2004) The MIDAS touch: Mixed data sampling

- regression models, Cirano working papers, CIRANO.
- Ghysels, E., Santa-Clara, P. and Valkanov, R. (2005) There is a risk-return trade-off after all, *Journal of Financial Economics*, **76**, 509–548.
- Ghysels, E., Santa-Clara, P. and Valkanov, R. (2006) Predicting volatility: getting the most out of return data sampled at different frequencies, *Journal of Econometrics*, **131**, 59–95.
- Greene, W. (2014) *Econometric Analysis: International Edition: Global Edition*, Pearson series in economics, Pearson Education Limited.
- Hoang, D. H. (2015) *The effects of macroeconomic variables on Asian stock market volatility: A GARCH MIDAS approach*, Master' s thesis, Lund University.
- Merton, R. C. (1980) On estimating the expected return on the market, *Journal of Financial Economics*, **8**, 323–361.
- Officer, R. R. (1973) The variability of the market factor of the new york stock exchange, *The Journal of Business*, **46**, 434–53.
- Schwert, G. W. (1989) Why does stock market volatility change over time?, *The Journal of Finance*, **44**, 1115–1153.
- Wooldridge, J. (2015) *Introductory Econometrics: A Modern Approach*, Cengage Learning.