オイコノミカ　第42巻　第1号，2005年，pp. 33-52

最適な公共投資配分の考察
――生産面と生活面の両面からの分析――

佐　野　　　薫

I　は じ め に

日本経済は，1990年代はじめにバブル経済が崩壊し，経済が不安定になった．これに対して政府は経済を安定させるために，多額の財政支出を投じてきた．それと同時に地域に配慮した財政運営を行ない，所得再分配を推し進めてきた．こうした財政運営や経済事情により大量の財政赤字が発生することとなった．この財政赤字を減らすために効率的な財政運営，特に資源配分を重視した財政運営が求められている．財政赤字を減らすには増税や支出削減という手段があるが，その前にまず支出の中身について吟味する．そこで財政支出の1つである公共投資の配分について考察する．ここでは公共投資を生活に関わる支出と生産に関わる支出に分類した．まず生活に関わる公共投資として，上下水道，厚生福祉，文教施設などとし，そして生産に関わる公共投資として国県道，港湾，空港などとした．本論文では生活と生産に関わる公共投資の効率的な配分について考察する．

日本の現状を見るために生活に関わる公共投資と生産に関わる公共投資を具体的に見てみる．まず生活に関わる公共投資の例として下水道を取りあげた．下水道を取り上げた理由は平成12年度の『行政投資』の事業目的別行政投資額の生活基盤投資うち下水道の占める割合が最も高いからである．また下水道は全体でも道路に次ぐシェアを占めている．ここでは下水道の整備状況の指標として下水道普及率を見てみる．平成13年度末において日本の下水道普及率は64%である．それに対して1996年のドイツやイギリスでは下水道普及率は90%を超え，アメリカも1992年段階で72%を超えている．国内で下水道普及率を都道府県別にみるとまだまだ都市と地方の差は大きい．下水道普及率からみて，下水道に関してはまだまだ整備すべき部分があるのではないかと思われる．

一方，生産に関わる公共投資の例として道路を取りあげなければならない．道路を取り上げた理由は平成12年度の『行政投資』において，公共投資全体に占めるシェアが最も大きいからである．本論文では道路の指標として平成15年の「世界の道路統計[1]」に道路密度[2]を用いた．これは国土に対して道路がどれだけあるかの目安である．これによるとイギリス，フランスは1.62，アメリカは0.65であるのに対し，日本は3.1である．この数字は先進国内でも高い数字

である．このことから単純に言えることは日本はイギリス，フランスと比較すると，２倍近く道路があるということである．国内で道路密度を都道府県別に見ると，小さい方から北海道，高知県の順であるが，高知県の道路密度はイギリス・フランスより高くなる．道路についてはまだ渋滞が解消できていない所もあり，また道路密度の指標からの判断だけでは問題がないわけではないが，それでも下水道よりは整備されているといえるのではないかと思われる．そのことから配分を考えた時，道路の一部を下水道に回してもよいのではないかと推察できる．

これまでの公共投資の配分率についての理論的な先行研究として，生産活動あるいは生活活動を同時に考慮したLee（1992）がある．この中でLee（1992）はBarro（1990）を拡張し，政府支出を生活関連の公共投資，生産関連の公共投資と補助金に分けて分析した．Lee（1992）の定義では生活関連の公共投資は消費者の効用に直接影響を及ぼし，生産関連の公共投資は生産関数に直接影響を及ぼす．Lee（1992）では生産関連の公共投資に対する配分率は，経済成長率，時間選好率，民間資本ストックの分配率で決定する．

また実証研究として，公共投資の蓄積した社会資本ストックの観点から，Aschauer（1989）が米国全体の時系列データを用いて社会資本ストックの生産性について実証を行った．日本では岩本（1990），浅子・坂本（1993）等が社会資本ストックの生産性について実証を行った．逆に社会資本ストックの生活への影響について分析した論文として，赤木（1996）は社会資本ストックと民間資本ストックの限界生産性が等しくなるという効率性の条件が満たされているか否かを明らかにすることにより，政府の社会資本ストック整備が適切に行われてきたかを論じた．その結果，生産関連の社会資本ストックと比べて，生活関連の社会資本ストックは相対的に不足していると指摘した．

本論文も社会資本ストックの側から公共投資について議論するのだが，これまでの日本経済を対象にした実証研究は，その多くが生産活動あるいは生活活動に及ぼす影響のいずれか一方について考察を行っており，これらを同時に考慮した研究はあまりない．そこで生活関連と生産関連の社会資本ストックを用いて，政府支出の配分が効率的に行われているかどうかを，理論モデルをもとに実証分析することで確認する．本論文では生産関連の社会資本ストックを公的生産関連基盤，生活関連の社会資本ストックを公的生活関連基盤と定義する．また生活関連の公共投資に相当する政府支出を生活関連政府支出，生産関連の公共投資に相当する政府支出を生産関連政府支出と定義する．本論文では政府支出は生活関連政府支出と生産関連政府支出であるので，生産関連政府支出への配分が決定すれば，生活関連政府支出の配分も決定する．そこで生産関連政府支出への配分割合を，生産関連政府支出の配分率とし，この配分率について考察する．

本論文の構成を説明する．まず２節においてモデルの定義を行なう．次に定常状態において

1）日本道路協会発行

2）全道路延長(km)／面積(km^2)

生産関連政府支出の配分率についての比較静学を行なう．そして生産関連政府支出の最適な配分率を導出する．３節では現実のデータを用いて実証分析した結果得られるパラメータを用いて生産関連政府支出の最適配分率の理論値を導出する．その導出された理論値と現実の生産関連政府支出の配分率と比較してそれについての考察を行なう．４節は結論と今後の課題について触れる．

Ⅱ　モデルと比較静学

2.1　モデル

ここで設定される経済では，単純な２世代の世代重複モデルを想定する．以下からは家計，生産部門，政府，市場均衡の順に説明していく．

家計

代表的個人を考える．個人は２期間生きるとし，それぞれ１期目に働き，２期目に引退する．また個人の収入は１期目の労働所得のみとする．そのため１期目は消費と２期目のための貯蓄を行ない，２期目はその貯蓄で消費を行なう．ここでは遺産は０とするので貯蓄は全て消費される．また個人は１期目に労働所得を得るのだが，労働時間の選択はここではできないと仮定する．

税金は個人の労働所得に対してのみ課せられるが，政府は徴収された税金の一部を，個人の生活環境を整えるための生活関連政府支出に分配する．生活関連政府支出とは，公的生活関連基盤を形成するための支出である．この公的生活関連基盤とは具体的には下水道や公園などを指す．なお残りの政府支出は，生産の環境を整えるための生産関連政府支出と分配される．

第 t 期に生まれた個人の効用関数を

$$u_t = ln\left[c_{1t}^{\alpha}(G_{C_t})^{1-\alpha}\right] + \frac{1}{1+\delta}\,ln\left[c_{2t+1}^{\alpha}(G_{C_{t+1}})^{1-\alpha}\right] \tag{1}$$

と設定する．但し，c_{1t} は１期目の労働者１人当たり消費，c_{2t+1} は２期目の労働者１人当たり消費，G_{C_t} を公的生活関連基盤，α を労働者１人当たり消費の分配率，δ を時間選好率，τ を労働所得税率とする．また δ，τ，α は時間を通じて一定とし，$0<\tau<1$，$0<\delta$，$0<\alpha<1$ の条件を満たすものとする．各期の効用は消費と公的生活関連基盤から得られる．個人の予算制約式は

$$(1-\tau)w_t = c_{1t} + s_t \tag{2}$$

$$(1+r_{t+1})s_t = c_{2t+1} \tag{3}$$

となる．w_t は労働者１人当たりの労働所得，s_t は労働者１人当たりの貯蓄である．

生産部門

労働市場は各期において労働者の需要量と供給量が均衡しているとする．このとき，t 期の生産関数を

$$\begin{aligned} Y_t &= A(G_{K_t})F(K_t,\ L_t) \\ &= L_t^{1-\beta} K_t^{\beta} (G_{K_t})^{\gamma} \end{aligned} \tag{4}$$

と仮定する．ただし，Y_t は総生産額，L_t は労働者，K_t は民間資本ストック，G_{K_t} は公的生産関連基盤，A は公的生産関連基盤の関数，F は労働者と民間資本ストックの関数，β を民間資本ストックの分配率，γ を公的生産関連基盤のパラメータとし，$0<\beta<1$，$0<\gamma$ とする．また民間資本ストック，公的生産関連基盤の減価償却率を 1 とおく．

政府

政府は労働所得のみから税を徴収し，その税収を与えられた配分率に応じて政府支出を行なう．ここで政府は均衡財政とし，国債の発行はないとする．

この時，政府の予算制約式は

$$G_{C_t} + G_{I_t} = \tau w_t L_t \tag{5}$$

$$G_{I_t} = q\tau w_t L_t \tag{6}$$

$$G_{K_{t+1}} = G_{I_t} \tag{7}$$

となる．ただし G_{I_t} は生産関連政府支出, q は生産関連政府支出の配分率とし, $0<q<1$ とする．(5) 式は税収を生産関連政府支出と生活関連政府支出に配分していることを表す．また公的生産関連基盤，公的生活関連基盤の減価償却率が 1 なので，(7) 式は t 期の生産関連政府支出が $t+1$ 期の公的生産関連基盤として形成されることを表している．

労働市場

労働市場は各期において労働者の需要量と供給量が均衡している．$t+1$ 期の労働者は一定の比率で増加するので

$$L_{t+1} = (1+n)L_t \tag{8}$$

とする．但し，n は人口成長率とする．

財市場

財市場の均衡は，定義より各時点での財の需要が供給と等しくなる，すなわち t 期の民間資本投資と t 期の総貯蓄が一致する点で成立するので

$$I_t = S_t \tag{9}$$

となる．但し I_t は t 期の民間資本投資である．また民間資本ストックの減価償却率が 1 なの

で t 期の民間資本投資は $t+1$ 期の民間資本ストックと一致する．

$$K_{t+1}=I_t \tag{10}$$

よって(10)式が成立する．

社会資本ストック

社会資本ストックに対して Lee（1992）や Turnovsky（1995）では社会資本ストックについて生産要素として扱っている．この場合，政府は生産において社会資本ストック分の対価を受け取り，政府はそれを補助金などの形で消費者に還元する．だが，このことはモデル上では観察できるが，現実を考えた場合，観察することは困難である．そこで本論文では生産に関わる社会資本ストックは生産を促すための財と考えることにした．これは社会資本ストックについて必要不可欠な財であるが，それだけでは生産が行えない財としている．『日本の社会資本』によると社会資本ストックの定義は３つあるが，そのうちの一つに「人間生活に不可欠な財であるが，共同消費性，非排除性などの財の性格から，市場機構によっては十分な供給を期待しえないような財としてとらえる考え方」がある．例えばダムや港湾などは初期投資が膨大に掛かる事から，また下水道のような設備は採算性の観点から民間で作ることは困難である．

生産インフラが整っていない所で企業が生産を行うことは特殊な産業を除き，困難である．道路や水道，電気などがあってはじめて生産を行うことができる．こうした環境を整える財を政府が建造する．本論文ではこのような財を社会資本ストックと捉える．ただし社会資本ストックは生産性や効用を向上させる効果はあるが，社会資本ストック自身では生産を行なうことができない．

最後に，社会資本ストックによる便益は，賃金や利子率を通じて消費者に配分されるとする．そうすることで税金を納めた対価を消費者は受け取ることができる．つまり完全分配が成立する．そのことを以下は示している．(4)式より利潤最大化の１階の条件は

$$\begin{aligned}1+r_t&=\beta L_t^{1-\beta}K_t^{\beta-1}(G_{K_t})^{\gamma}\\&=\beta\frac{y_t}{k_t}\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}w_t&=(1-\beta)L_t^{\beta-1}K_t^{\beta}(G_{K_t})^{\gamma}\\&=(1-\beta)y_t\end{aligned} \tag{12}$$

となる．ただし，y_tは労働者１人当たり生産量，k_tは労働者１人当たり民間資本ストックである．(11)式は民間資本ストックの限界生産力が利子率に等しいことを示している．また(12)式は労働者１人当たりの限界生産力が賃金率に等しいことを示している．(11)，(12)式より完全分配が成立する．

$$w_t+(1+r_t)k_t=y_t \tag{13}$$

市場均衡

個人は予算制約式(2)，(3)式のもとで効用関数(1)式を最大にするように行動するのでラグランジュ関数 Φ は

$$\Phi_t = ln\left[c_{1t}^{\alpha}(G_{C_t})^{1-\alpha}\right] + \frac{1}{1+\delta}\, ln\left[c_{2t+1}^{\alpha}(G_{C_{t+1}})^{1-\alpha}\right] + \lambda_t\left[(1-\tau)w_t - c_{1t} - \frac{1}{1+r_t}\, c_{2t+1}\right] \tag{14}$$

とおける．(14)式より効用最大化の１階の条件は

$$\frac{\partial \Phi_t}{\partial c_{1t}} = \frac{\alpha}{c_{1t}} - \lambda_t = 0 \tag{15}$$

$$\frac{\partial \Phi_t}{\partial c_{2t+1}} = \frac{\alpha}{1+\delta} \cdot \frac{1}{c_{2t+1}} - \frac{1}{1+r_{t+1}}\, \lambda_t = 0 \tag{16}$$

$$\frac{\partial \Phi_t}{\partial \lambda_t} = (1-\tau)w_t - c_{1t} - \frac{1}{1+r_{t+1}}\, c_{2t+1} = 0 \tag{17}$$

となる．(15)式より λ_t は１期目の労働者１人当たり消費の限界効用を表している．また(15)，(16)式より１期目の労働者１人当たり消費の限界効用と２期目の労働者１人当たり消費の限界効用との比は，２期目の利子率と時間選好率で表される．これより２期目の労働者一人当たり消費は

$$c_{2t+1} = \frac{1+r_{t+1}}{1+\delta}\, c_{1t} \tag{18}$$

より１期目の労働者１人当たり消費で表現される．これより労働者１人当たりの１期目の消費と貯蓄は(17)，(18)式より

$$c_{1t} = \frac{1+\delta}{2+\delta}(1-\tau)w_t \tag{19}$$

$$s_t = \frac{1}{2+\delta}(1-\tau)w_t \tag{20}$$

となる．このことから労働者１人当たりの１期目の消費や貯蓄は労働者１人当たり労働所得の増加関数になる．(19)，(20)式より労働所得税率が高ければ可処分所得が小さくなるので，労働者１人当たりの１期目の消費や貯蓄はともに小さくなる．また時間選好率が大きければ１期目の労働者１人当たり消費は大きくなり，労働者１人当たり貯蓄は小さくなる．

2.2　動学方程式と定常状態

t 期における生産関連政府支出と公的生産関連基盤の式(6)，(7)式より

$$G_{K_{t+1}} = q\tau w_t L_t \tag{21}$$

を導出できる．これは $t+1$ 期の公的生産関連基盤を期の労働者１人当たり労働所得で表現している．t 期の総貯蓄は $t+1$ 期の民間資本投資であるので(9)，(10)式より

$$k_{t+1} = \frac{S_t}{1+n} \tag{22}$$

となり (20)，(22) 式より

$$G_{K_t}=\frac{2+\delta}{1-\tau}q\tau L_t k_t \tag{23}$$

が導出できる．これより t 期の公的生産関連基盤を t 期の民間資本ストックで表現でき，t 期の公的生産関連基盤と t 期の民間資本ストックが正の関係であることがわかる．(23) 式より労働所得税率が大きいときは税収が増加し，生産関連政府支出が増えるので民間資本ストックと比較して相対的に公的生産関連基盤のほうが大きくなる．また個人の時間選好率が大きければ，(19)，(20) 式より貯蓄よりも消費を好むので民間資本ストックと比較して相対的に公的生産関連基盤のほうが大きくなる．

(23) 式より労働者１人当たり民間資本ストックの移行式は

$$k_{t+1}=\left(\frac{1-\beta}{1+n}\right)\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{1-\gamma}(q\tau)^{\gamma}L_t^{\gamma}k_t^{\beta+\gamma} \tag{24}$$

となる[3]．ここで $t+1$ 期と t 期の労働者１人当たり民間資本ストックとの関係を $k_{t+1}/k_t=1+\xi_t$ として表すと，労働者１人当たり民間資本ストックの増加率の動学方程式が

$$1+\xi_{t+1}=(1+n)^{\gamma}(1+\xi_t)^{\beta+\gamma} \tag{25}$$

と導出される．(25) 式より人口成長率が増えると労働者１人当たり民間資本ストックの増加率が増える．

定常状態とは労働者１人当たり民間資本ストックの増加率が一定になる事を指す．$\beta+\gamma<1$ が成立すれば (25) 式より

$$\frac{\partial\xi_{t+1}}{\partial\xi_t}>0,\quad \frac{\partial^2\xi_{t+1}}{\partial\xi_t^2}<0,\quad \lim_{t\to 0}\frac{\partial\xi_{t+1}}{\partial\xi_t}=+\infty,\quad \lim_{t\to+\infty}\frac{\partial\xi_{t+1}}{\partial\xi_t}=0,\quad 0<\frac{\partial\,\xi_{t+1}}{\partial\,\xi_t}\Big|_{\xi_t=\xi^*}<1 \tag{26}$$

が成立する[4]．これより ξ^* は安定的な定常状態になる．定常状態になると $\xi_{t+1}=\xi_t\equiv\xi^*$ が成立することなので (25) 式より

$$1+\xi^*=(1+n)^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}} \tag{27}$$

が導出できる．これからの議論は $\beta+\gamma<1$ が成立するケースのみに限定して行なうこととする．

2.3　定常状態における比較静学

(8) 式より初期の労働人口を L_0 とおくと，$L_t=(1+n)^tL_0$ となる．これより定常状態において労働者１人当たり民間資本ストック，公的生産関連基盤，労働者１人当たりの１期目，２期目の消費は

3）(24)式の条件の導出は Appendix 1 を参照

4）(26)式の条件の導出は Appendix 2 を参照

$$k_t=(1+n)^{-1+\beta+(1-\beta-\gamma)\gamma t}L_0^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}}\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{\frac{1-\gamma}{1-\beta-\gamma}}(q\tau)^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}} \tag{28}$$

$$G_k=(1+n)^{-1+\beta+[1+(1-\beta-\gamma)\gamma]t}L_0^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}}\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta-\gamma}}(q\tau)^{\frac{1-\beta}{1-\beta-\gamma}} \tag{29}$$

$$c_{1t}=(1+\delta)(1-\beta)(1+n)^{\gamma t+(\beta+\gamma)[-1+\beta+(1-\beta-\gamma)\gamma t]}L_0^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}}\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{\frac{1-\gamma}{1-\beta-\gamma}}(q\tau)^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}} \tag{30}$$

$$c_{2t+1}=\beta(1-\beta)^{\beta+\gamma}(1+n)^{\gamma t-(1-\beta)+(\beta+\gamma)\{\gamma t+(\beta+\gamma)[-1+\beta+(1-\beta-\gamma)\gamma t]\}}$$
$$\times L_0^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}}\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta-\gamma}}(q\tau)^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}} \tag{31}$$

となる[5]．ここで代替効果を「生産関連政府支出の配分率や所得税率を上昇させたとき１期目の消費から２期目の消費にシフトする効果」とする．また所得効果を「生産関連政府支出の配分率や所得税率を上昇させたとき所得が変化するので，１期目の消費も２期目の消費も変化する効果」とする．

生産関連政府支出の配分率を大きくさせると(28)，(29)，(30)，(31)式はいずれも代替効果がなく，所得効果のみ正の方向に働く．代替効果がない理由は利子率が生産関連政府支出の配分率を変化させても変わらず，また限界消費性向は一定になるので，生産関連政府支出の配分率を大きくさせても１期目の消費から２期目の消費にシフトがおこらないからである．これより労働者１人当たり民間資本ストック，公的生産関連基盤，労働者１人当たりの１期目，２期目の消費は大きくなる．

労働者１人当たり民間資本ストックや１期目の労働者１人当たり消費に関して，所得税率を大きくするときは，(28)，(30)式よりの代替効果は正に，所得効果は負になる．このことから所得税率が比較的小さいときは，代替効果よりも所得効果が大きくなるので労働者１人当たり民間資本ストック，１期目の消費は小さくなる．逆に所得税率が比較的大きいときは所得効果よりも代替効果のほうが大きくなるので労働者１人当たり民間資本ストック，１期目の労働者１人当たり消費は大きくなる．

公的生産関連基盤に関して所得税率を大きくするときは，(29)式より労働者１人当たり民間資本ストックと同様，代替効果は正に，所得効果は負に働く．所得税率が比較的小さくかつγも小さい，つまり公的生産関連基盤が生産に与える影響が小さいときは，代替効果よりも所得効果が大きいので公的生産関連基盤は小さくなる．逆に所得税率が比較的大きくかつγも大きい，つまり公的生産関連基盤が生産に与える影響が大きいときは，代替効果のほうが常に大きくなるため，公的生産関連基盤は大きくなる．所得税率が比較的小さくかつγが大きい場合と，所得税率が比較的大きくかつγが小さい場合については符号が確定しない．

２期目の労働者１人当たり消費に関して所得税率を大きくするときは，(31)式より代替効果

５）(28)式から(31)式の導出は Appendix 3 を参照

は正に，所得効果は負に働く．所得税率が比較的小さくかつγも小さいときは，代替効果よりも所得効果が大きくなるので２期目の労働者１人当たり消費は小さくなる．次に所得税率が比較的大きくかつγが小さいときは，所得効果よりも代替効果のほうが大きくなるので２期目の労働者１人当たり消費は大きくなる．最後にγが大きいとき，代替効果のほうが常に大きくなるため，２期目の消費は大きくなる．これには２期目の労働者１人当たり消費は１期目の労働者１人当たり貯蓄と２期目の利子率が大きく関わってくる．つまり所得税率を増加させることで１期目の労働者１人当たり貯蓄が下がるが，２期目の利子率がそれ以上の増加をすれば税率を増加したことがかえって２期目の労働者１人当たり消費を増加させることを意味する．

定常状態にある効用は

$$
\begin{aligned}
u_t = ln&\left\{(1+\delta)^{\alpha}(1-\beta)(1+n)^{t(1-\alpha)+\gamma t+(\beta+\gamma)[-1+\beta+(1-\beta-\gamma)\gamma t]} L_0^{\frac{(1-\alpha)(1-\beta-\gamma)+\gamma}{1-\beta-\gamma}}\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{\frac{(1-\alpha)(1-\beta-\gamma)+\beta}{1-\beta-\gamma}}\right. \\
&\left.\times\tau^{\frac{(1-\alpha)(1-\beta-\gamma)+\gamma}{1-\beta-\gamma}}(1-q)^{1-\alpha}q^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}}\right\} \\
&+\frac{1}{1+\delta}\, ln\left\{\beta^{\alpha}(1-\beta)^{1-\alpha}(1+n)^{-a+(t+1)(1-\alpha)+\gamma t+(\beta+\gamma)[-1+\beta+(1-\beta-\gamma)\gamma t]+\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}} L_0^{\frac{(1-\alpha)(1-\beta-\gamma)+\gamma}{1-\beta-\gamma}}\right. \\
&\left.\times\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}}\tau^{\frac{(1-\alpha)(1-\beta-\gamma)+\gamma}{1-\beta-\gamma}}(1-q)^{1-\alpha}q^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}}\right\}
\end{aligned}
\tag{34}
$$

となる[6]．

効用において生産関連政府支出の配分率を大きくすると(34)式より，代替効果は負の方向に,所得効果は正の方向に働く．このことから生産関連政府支出の配分率が比較的小さいとき，生産関連政府支出の配分率を大きくさせると代替効果よりも所得効果が大きいので効用は大きくなる．逆に生産関連政府支出の配分率が比較的大きいとき，生産関連政府支出の配分率を大きくさせると所得効果よりも代替効果のほうが大きくなるので効用は小さくなる．

(34)式より効用を最大にするような生産関連政府支出の配分率は

$$
q^{*}=\frac{\gamma}{(1-\alpha)(1-\beta-\gamma)+\gamma} \tag{35}
$$

となる．これより最適な生産関連政府支出の配分率は生産関数と効用関数のパラメータによって決定される．

(35)式より生産関連政府支出の配分率の動きを見る．まずγが大きくなれば生産関連政府支出の配分率は大きくなる．これは(4)よりγは関数の公的生産関連基盤についている指数であ

6）(34)式の導出は Appendix 4 を参照

ることから，公的生産関連基盤の生産に対する効果は大きくなる．そのため，γが大きいとき生産関連政府支出に対する配分を増やすことになる．次にαが大きいとき生産関連政府支出の配分率は大きくなる．これは(1)式よりαが大きくなれば公的生活関連基盤より消費の方が効用にさらに大きく影響するようになる．そうすると公的生活関連基盤より公的生産関連基盤に対しての政府支出の配分を増やすことになる．最後にβが大きいとき生産関連政府支出の配分率は大きくなる．これは労働者１人当たりで見た生産関数が

$$y_t = k_t^{\beta}(G_{k_t})^{\gamma} \tag{36}$$

よりβが大きいとき生産関数における１人当たり民間資本ストックの値が大きくなる．これより生産効果が大きくなることで生産関連政府支出に対して配分を増やすことになる．

消費や貯蓄を増やすことを考えるならば，生産関連政府支出の配分率は高いほどよいことが分かる．しかし効用から見ると生産関連政府支出の配分率を高めることは公的生活関連基盤が小さくなるため，逆に効用を下げてしまう結果になる可能性がある．

次節では現実のデータを用いて(35)式の生産関連政府支出の最適配分率に含まれるパラメータの実証分析を行ない，生産関連政府支出の配分率の最適値を導出する．そして導出した生産関連政府支出の配分率の最適値について現実の値と実証分析の値と比較を行なう．

Ⅲ　実証分析

この章では1970年から1995年までの都道府県別データを用いて生産関連政府支出の配分率の検証を行なう．都道府県データを用いた理由は,地域間配分についての配慮するためである．

3.1　データの構築

本論文で用いるデータは下記に記した用に構築した．県内総生産，民間資本ストック，労働者数，公的生産関連基盤，一人当たり消費の順に説明する．沖縄県について公的生産関連基盤のデータの都合上,排除している．そのためすべての分析において46都道府県のデータで行っている．データの概要は本論文の表１にまとめている．

表１　データの概要

実質県内総生産	Y_t	『長期遡及推計県民経済計算報告』 『県民経済計算年報』
民間資本ストック 実質民間資本ストック	K_t	『日本府県データベース』
労働者 就業者 労働時間指数	L_t	『日本府県データベース』 『県民経済計算年報』 『労働力調査』
公的生産関連基盤 基準年ストック 政府投資	G_{k_t}	『国富調査総合報告』昭和45年版 『行政投資』

⑴　生産量

本論文では1980年暦年価格で実質化した県内総生産を，生産量として用いる．1970年度から1974年度までは『長期遡及推計県民経済計算報告』の値を用いた．1975年度から1995年度までは『県民経済計算年報』（内閣府）の平成13年度版に記載されている県内総生産のデータを用いた．

⑵　民間資本ストック

民間資本ストックは「戦後日本国内における経済収束と生産要素投入――ソロー成長モデルは適用できるか――」で用いられている『日本府県データベース』（深尾・岳（2000））を用いた[7]．都道府県別の民間資本ストックのデータをきちんと作成することは困難である．そこで公開されているデータとして『日本府県データベース』を使用させていただいた．通常稼働率をかけたものを民間資本ストックとして使用するが，都道府県別のデータがなかったのでそのままの値を用いた．

⑶　労働者数

労働者数は就業者数に労働時間指数[8]を掛け合わせた値を用いた．まず就業者数は1975年度から1995年度までは，『県民経済計算年報』に掲載されている都道府県別の就業者数を用いた．1970年度から1974年度までは『日本府県データベース』の就業者を用いた．そして都道府県別の労働時間だが，時間外労働を排除した値を用いることで，都道府県別に労働時間がそれほど異なるとは言えないので，全国一律という扱いにした．その労働時間指数は『労働力調査』（総務省）より用いた．これより労働者は従業者数と労働時間指数を掛け合わせた値を用いた．

7）深尾京司先生のホームページ（http://www.ier.hit-u.ac.jp/~fukao/japanese/data/）に掲載されている．深尾先生・岳先生の両先生に感謝します．

8）ここで定義した労働時間指数は労働時間 /24 時間とする．

⑷　公的生産関連基盤

まず公的生産関連基盤はストックであるので，基準年のストックに毎年のフローの値を積み上げる方法（BY 法）を用いることによって導出した.

まず基準年のストックとなるデータは 1970 年の『国富調査』（旧経済企画庁）の社会資本ストックの項目を用いて 1970 年時点での行政投資より，生産関連政府支出の配分率にしたがって公的生産関連基盤と公的生活関連基盤に分けた．また『国富調査総合報告（昭和 45 年）』には都道府県別のデータが掲載されていない．そのため，1970 年段階での生産量で比率をとって都道府県別のストックとして用いた．最後に公的固定資本形成のデフレーターを用いて実質化した.

次に毎年のフローの値については『行政投資』の行政投資実績を用いて都道府県別に表２のように生産関連政府支出と生活関連政府支出に分類し，公的固定資本形成のデフレーターを用いて実質化した．また，赤木（1994）と同様，公的生産関連基盤と公的生活関連基盤の耐久年数を 32 年と想定して除去率は 0.03125 とした．除去率については全ての都道府県で等しいとしている．具体的なやり方等をふくめて表２にまとめている.

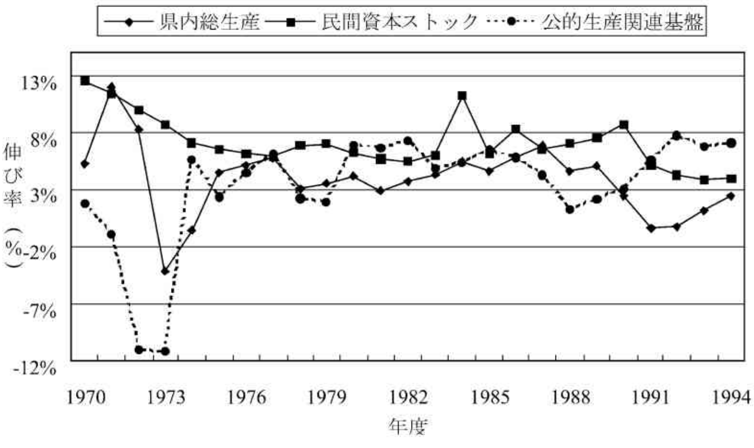

図１　県内総生産，民間資本ストック，公的生産関連基盤の伸び率（全国）
注：『県民経済計算年報』および『行政投資』より筆者作成

表２　公的生産関連基盤と公的生活関連基盤のデータの作成方法

事業目的別行政投資額（『行政投資』における分類）

生活基盤投資…………市町村道，街路，都市計画，住宅，環境衛生，厚生福祉，文教施設，水道及び下水道の各投資
生産基盤投資…………国県道，港湾，空港及び工業用水の各投資
農林水産投資…………農林水産業関係の投資
国土保全投資…………地山治水及び海岸保全の投資
その他の投資…………失業対策，災害復旧，官庁営繕，鉄道，地下鉄，電気，ガス等の上記以外の各事業の投資

↓

生産関連政府投資：生産基盤投資，農林水産投資，国土保全投資，その他の投資
生活関連政府投資：生活基盤投資，国土保全投資，その他の投資
国土保全投資とその他の投資については生産基盤投資，農林水産投資と生活基盤投資の比率で分ける．
具体例　生産関連政府支出分の国土保全投資

$$=\frac{\text{生産基盤投資}+\text{農林水産投資}}{\text{生産基盤投資}+\text{農林水産投資}+\text{生活基盤投資}}\times\text{国土保全投資}$$

3.2　実証分析

(1)　パラメータの推計

まず，β，γを求めるためにパネル分析のGMM推定法で生産関数の推計を行なった．生産関数は(36)式より以下のように線形変換した．

$$lny_{it+1}=c+\beta lnk_{it}+\gamma lnG_{k_{it}} \tag{37}$$

但し，iは都道府県を，tは時間を表すものとする．また，ストック変数の生産への寄与は，投資の実施中には発生しがたいと考えられることから，民間資本ストックkと公的生産関連基盤G_kは，１期のラグを想定する．結果は表３に示している．表３よりβ，γについて統計的に５％有意で推計される．まず民間資本ストックの係数は0.220と推定され，これまでの先行研究[9]と比較してみると比較的低い値となっている．その理由として以下のことが考えられる．民間資本ストックは常にすべてが稼働しているわけではないので，その期にあわせて稼働率で民間資本ストックを調整する必要がある．しかし都道府県別に稼働率が導出されていないので，ここでは民間資本ストックを稼働率で調整していない．そのことが先行研究に比べ，数値が低い値になっている可能性がある．

また公的生産関連基盤の係数γの値は0.143が推定された．この値については最近のデータまでを用いて推定されている野崎（1999）や遠藤（2002）と比較して少し大きくなっている．これは以下のことが考えられる．本論文では公的生活関連基盤は生産効果がないと仮定して，生産関数の推計からは除いている．γの値が少し大きく推定されているのは，そのことが影響

９）都道府県データを用いて生産関数の推計を行っている論文に限定して先行研究の値を表４にまとめた．

している可能性がある.

αの値に関しては本論文では推計を行なわず，赤木（1996）の$\hat{\alpha}$=0.2065を借用した．これは赤木（1996）においてデータの期間がほぼ同じことであること，公的生活関連基盤についての定義の仕方がほぼ同じことであることなどから妥当な選択と言える[10)]．これを本論文のモデルに当てはまるように修正して用いた[11)]．

表３　生産関数のパラメータの推計結果（GMM）

定数項	β	γ	J-test
0.0121***	0.2195***	0.143***	12.53
(0.004)	(0.047)	(0.021)	

注
1）サンプル期間：1970-1994　サンプル数：1058
2）推定値下段の括弧は標準誤差，J-testはHansen（1982）が提案した過剰識別制約のためのx^2統計量である
3）***は１％水準で有意，**は５％水準で有意，*は10％水準で有意

⑵　結果の解釈

上で得られた生産関数，効用関数のパラメータをもとに⒇式より最適な生産関連政府支出の配分率の理論値（q= 0.183）が求められる．その理論値と現実に行われてきた生産関連政府支出の配分率を組み合わせたものが図２である．これを見ると生産関連政府支出に過剰に支出されていた可能性がある．

現実の値と本論文の導出した理論値が離れていることについて，赤木（1996）では生活にかかわる社会資本ストックが不足気味であることが指摘されている．このことを考慮に入れてみると生産関連政府支出の配分率がこれまで大きかったという可能性がある．

戦後まもなく経済復興のために傾斜生産方式によって生産にシフトした政府支出がとられ，高度成長期においても生産優先の路線は続けられた．図２より高度成長長期が終わった後でも現実の配分があまり変化していない．つまり生活に対する配分のシフトが行なわれていない．経済対策の一環として公共投資を行なうことはこれからも必要であると思われる．だがそのやり方として今後は生産関連政府支出に重きを置くのではなく，逆に生産関連政府支出を抑えて，生活関連政府支出を多くすることが望ましいのではないとか思われる．

10）赤木（1996）では効用関数の定義がCES型効用関数であったのに対して，本論文では各期でコブ＝ダグラス型になるような効用関数を用いた．そのため本論文ではオイラー方程式においてαが相殺されるため，CES関数を用いた赤木（1996）の$\hat{\alpha}$の値を代用した．

11）赤木（1996）と本論文の限界効用の比が一致すると仮定してαの値を導出した．

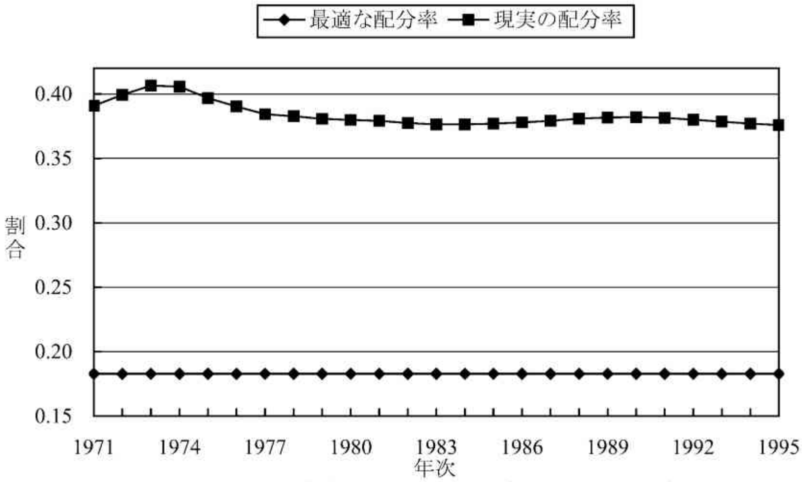

図２　生産関連政府支出の最適な配分率と現実の配分率

注：『行政投資』より筆者作成

Ⅳ　おわりに

本論文では，前半部分で生産関連政府支出の最適配分率を導出し，後半部分で現実のデータを用いてパラメータの推計を行ない，そこから生産関連政府支出の最適配分率の理論値を求め，現実値と対比させることでそれについての考察を行った．その結果，生産関連政府支出に重点の置かれた支出配分がなされていた可能性がある．この背景には経済成長優先の一環として生産関連に対して支出が多くなされていたということがあるかもしれない．高度成長期時代においては有効であった政策かもしれないが，現在の経済は低成長の段階にあるという点も考慮すると，生活関連により多くの政府支出がなされるのが望ましいといえるのではないかと思われる．

分析の問題点とこれからの課題としては，モデルの改善として第１に生産関数，効用関数についてである．本論文では公的生産関連基盤を含んだ生産関数は民間資本ストックと労働者の代替の弾力性が１という生産関数を用いた．また効用関数も各期の消費と公的生活関連基盤の代替の弾力性が１という仮定をおいている．その制約をはずしたCES型の生産関数，効用関数でも同様の配分率が導出できるかである確かめる必要がある．

第２に公的生産関連基盤のデータの作成方法についてである．社会資本ストックについてのデータは大きく３種類存在する．１つ目には本論文で行なった基準年のストックを『国富調査総合報告（昭和45年)』を用いてそこにフローを『行政投資』を用いて積み上げるというやり方である．２つ目には『日本の社会資本』，３つ目には『県民経済計算年報』の公的な固定資産形成のデータをもとにそれを積み上げる形で作成するやり方である．その３つのデータを用いたどの場合でも同様のことが言えるか検証する必要があると思われる．また本論文では除去率

については赤木（1996）と同様一律32年と考えているが，現実には耐久年度が5年のものや50年のものなども存在する．除去率が3.1%ではない場合も考察する必要があると思われる．

第3に配分率がパラメータに依存しているため，データの期間の取り方によってパラメータが少しずつ変化し，そのため配分率が異なる可能性がある．これについてはデータの期間を変えたりさらに多くの期間で考察する必要があると思われる．

記述統計量

	平均	標準偏差	最大値	最小値
労働者一人当たり県内総生産（100万円）	15.4	4.7	31.5	6.3
労働者一人当たり民間資本ストック（100万円）	25.9	12.8	66.7	6.3
公的生産関連基盤（100万円）	2,678,253	2,071,884	20,763,238	510,975

1）サンプル期間：1970-1995　サンプル数：1196

表4　先行研究の生産関数の推計結果（パラメータ）

	L	K	K/L	G	G/L	手法	制約	データ期間
浅子・坂本（1993）	0.64*** (0.15)	0.07*** (0.02)		0.07* (0.05)		Pooled OLS	非制約型	1975-1985
浅子・坂本（1993）	0.72*** (0.23)	0.16*** (0.05)		0.18*** (0.08)		操作変数法	非制約型	1975-1985
岩本・大内・竹下・別所（1996）	0.83*** (0.05)	0.10*** (0.01)		−0.17*** (0.03)		Fixed	非制約型	1975-1988
岩本・大内・竹下・別所（1996）			0.11*** (0.01)		−0.09*** (0.03)	Fixed	不払要素型	1975-1988
岩本・大内・竹下・別所（1996）	0.43*** (0.06)	0.25*** (0.03)		0.18*** (0.04)		Fixed	非制約型	1966-1984
岩本・大内・竹下・別所（1996）			0.25*** (0.03)		0.21*** (0.03)	Fixed	不払要素型	1966-1984
野崎（1999）	0.52*** (0.03)	0.35*** (0.06)	(0.08)	0.13*		Pooled OLS	不払要素型	1975-1994
遠藤（2002）	0.617*** (0.08)	0.381*** (0.02)		0.097*** (0.01)		Pooled OLS	非制約型	1975-1998

注
1）推定値下段の括弧は標準誤差
2）***は1％水準で有意，**は5％水準で有意，*は10％水準で有意

謝辞：本稿は2004年の日本経済学会で報告した論文に加筆修正したものである．学会報告において，油井雄二先生（成城大学），赤木博文先生（名城大学）には有益なコメントを頂いた．また本稿の作成にあたり，前田高志先生，森田雄一先生，松原聖先生（以上名古屋市立大学），櫻川昌哉先生（慶應義塾大学）より有益なコメントを頂いた．ここに記して感謝します．

参考文献

Aschauer, D. A., 1989, Is public expenditure Productive ?, *Journal of Monetary Economics* 23, pp. 177-200

Barro, R. J., 1990, Government spending in a simple model of endogenous growth, *Journal of Political Economy* vol. 98, pp. 102-125

Barro, B. J and Sala-I-Martin, X., 1995, Economic Growth, *McGraw-Hill Companies, Inc.*

Blanchard, O. J. and Fischer, S., 1989, Lecture of macroeconomics, *MIT Press*

Lee, J., 1992, Optimal size and composition of government spending, *Journal of The Japanese and International Economies* vol. 6, pp. 423-439

Romer, D., 1996, Advanced macroeconomics, *McGraw-Hill Companies, Inc.*

Turnovsky, S. J., 1995, The composition of government expenditure and its consequences for macroeconomic performance, *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 19, pp. 747-786

赤木博文，1996，「生活基盤型の社会資本整備と公共投資政策」，『フィナンシャル・レビュー』，vol. 41，December，pp. 68-80

浅子和美・坂本和典，1993，「政府資本の生産力効果」，『フィナンシャル・レビュー』，vol. 26，February，pp. 97-102

浅子和美，1999，「政府支出の効率性評価」，『フィナンシャル・レビュー』，vol. 52，December，pp28-41

岩本康志，1990，「日本の公共投資政策の評価について」，『経済研究』，vol. 41，no. 3，pp. 250-261

岩本康志・大下聡・木下智・別所正，1996，「社会資本の生産性と公共投資の地域間配分」，『フィナンシャル・レビュー』，vol. 41，December，pp. 27-52

遠藤業行，2002，「社会資本整備の政策評価：都道府県データによる生産効果の計測」，『地域政策研究（日本政策投資銀行地域政策研究センター）』，vol. 4，pp. 1-43

奥野信宏・焼田党・八木匡，1994，『社会資本と経済発展』，名古屋大学出版会

経済企画庁総合計画局，1998，『日本の社会資本』，東洋経済新報社

田中宏樹，2001，『公的資本形成の政策評価』，PHP研究所

野崎四郎，1999，「社会資本整備の生産力効果」，『商経論集（沖縄国際大学）』，vol. 27，No. 2，pp31-49

深尾京司・岳希明，2000，「戦後日本国内における経済収束と生産要素投入――ソロー成長モデルは適用できるか――」，『経済研究』，vol. 52，No. 2

三井清・太田清，1995，『社会資本の生産性と公的金融』，日本評論社

吉野直行・中野英夫，1996，「公共投資の地域配分と生産効果」，『フィナンシャル・レビュー』，vol. 41，December，pp. 41-51

吉野直行・中野英夫，1999，『公共投資の経済効果』，日本評論社

（2005年5月23日受領）

Appendix

Appendix 1

(23)，(24) 式の導出

(20)，(22) 式より

$$w_t=\frac{2+\delta}{1-\tau}(1+n)k_{t+1} \tag{A1}$$

(A1) 式を(26) 式に代入して

$$\begin{aligned} G_{K_{t+1}}&=q\tau w_t L_t \\ &=\frac{2+\gamma}{1-\tau}q\tau L_{t+1}k_{t+1} \end{aligned} \tag{23}$$

(12) 式より

$$\begin{aligned} w_t&=(1-\beta)k_t^{\beta}(G_{K_t})^{\gamma} \\ &=(1-\beta)k_t^{\beta}\left[(2+\delta)q\frac{\tau}{1-\tau}L_t k_t\right]^{\gamma} \\ &=(1-\beta)\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{-\gamma}(q\tau)^{\gamma}L_t^{\gamma}k_t^{\beta+\gamma} \end{aligned} \tag{A2}$$

(A1)，(A2) 式より

$$\frac{2+\delta}{1-\tau}(1+n)k_{t+1}=(1-\beta)\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{-\gamma}(q\tau)^{\gamma}L_t^{\gamma}k_t^{\beta+\gamma} \tag{A3}$$

これより

$$k_{t+1}=\left(\frac{1-\beta}{1+n}\right)\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{1-\gamma}(q\tau)^{\gamma}L_t^{\gamma}k_t^{\beta+\gamma} \tag{24}$$

Appendix 2

(26) 式の導出

$$\begin{aligned} \frac{\partial\xi_{t+1}}{\partial\xi_t}\Big|_{\xi_t=\xi^*}&=(\beta+\gamma)(1+\xi_1)^{\beta+\gamma-1}(1+n)^{\gamma} \\ &=(\beta+\gamma)<1 \end{aligned} \tag{26}$$

Appendix 3

(28) 式から (31) 式までの導出

(27) 式より

$$k_{t+1}=(1+n)^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}}k_t \tag{A4}$$

(A4)，(24) 式より

$$(1+n)^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}}k_t=\left(\frac{1-\beta}{1+n}\right)\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{1-\gamma}(q\tau)^{\gamma}L_t^{\gamma}k_t^{\beta+\gamma} \tag{A5}$$

(A5) 式より

$$k_t^{1-\beta-\gamma}=(1+n)^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}}\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{1-\gamma}(q\tau)^{\gamma}[(1+n)^t L_0]^{\gamma}$$

$$=(1+n)^{\frac{-1+\beta+(1-\beta-\gamma)\gamma t}{1-\beta-\gamma}}L_0^{\gamma}\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{1-\gamma}(q\tau)^{\gamma} \qquad \text{(A6)}$$

(A7) 式を整理して

$$k_t=(1+n)^{-1+\beta+(1-\beta-\gamma)\gamma t}L_0^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}}\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{\frac{1-\gamma}{1-\beta-\gamma}}(q\tau)^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}} \qquad (28)$$

(23), (28) 式より

$$G_{k_t}=(1+n)^t L_0\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{-1}q\tau k_t$$

$$=(1+n)^t L_0\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{-1}\mathrm{q}\tau\times(1+n)^{-1+\beta+(1-\beta-\gamma)\gamma t}L_0^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}}\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{\frac{1-\gamma}{1-\beta-\gamma}}(q\tau)^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}} \qquad \text{(A7)}$$

(A7) 式を整理して

$$G_k=(1+n)^{-1+\beta+[1+(1-\beta-\gamma)\gamma]t}L_0^{\frac{1-\beta}{1-\beta-\gamma}}\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta-\gamma}}(q\tau)^{\frac{1-\beta}{1-\beta-\gamma}} \qquad (29)$$

(A2) 式より

$$w_t=(1-\beta)\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{-\gamma}(q\tau)^{\gamma}L_t^{\gamma}k_t^{\beta+\gamma}$$

$$=(1-\beta)(1+n)^{\gamma t+(\beta+\gamma)[-1+\beta+(1-\beta-\gamma)\gamma t]}L_0^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}}\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta-\gamma}}(q\tau)^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}} \qquad \text{(A8)}$$

(A8), (19) 式より

$$c_{1t}=\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)(1+\delta)w_t$$

$$=(1+\delta)(1-\beta)(1+n)^{\gamma t+(\beta+\gamma)[-1+\beta+(1-\beta-\gamma)\gamma t]}L_0^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}}\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{\frac{1-\gamma}{1-\beta-\gamma}}(q\tau)^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}} \qquad (30)$$

(A8), (20) 式より

$$s_t=\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)w_t$$

$$=(1-\beta)(1+n)^{\gamma t+(\beta+\gamma)[-1+\beta+(1-\beta-\gamma)\gamma t]}L_0^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}}\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{\frac{1-\gamma}{1-\beta-\gamma}}(q\tau)^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}} \qquad \text{(A9)}$$

(3) 式より

$$c_{2t+1}=(1+r_{t+1})s_t$$

$$=\beta(1+n)^{\gamma t-(1-\beta)}L_0^{\gamma}\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{-\gamma}(q\tau)^{\gamma}s_t^{\beta+\gamma} \qquad \text{(A10)}$$

が成立するので，(A9) 式より(A10) 式を整理して

$$c_{2t+1}=\beta(1-\beta)^{\beta+\gamma}(1+n)^{\gamma t-(1-\beta)+(\beta+\gamma)\{\gamma t+(\beta+\gamma)[-1+\beta+(1-\beta-\gamma)\gamma t]\}}$$

$$\times L_0^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}}\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta-\gamma}}(q\tau)^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}} \tag{31}$$

Appendix 4

(34) 式の導出

１期目の効用の項目は

$$c_{1t}^{\alpha}G_{C_t}^{1-\alpha}=\left[(1+\delta)\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)w_t\right]^{\alpha}[(1-q)\tau L_t w_t]^{1-\alpha} \tag{A11}$$

となる．(A11) 式を整理して

$$c_{1t}^{\alpha}G_{C_t}^{1-\alpha}=(1+\delta)^{\alpha}(1-\beta)(1+n)^{t(1-\alpha)+\gamma t+(\beta+\gamma)[-1+\beta+(1-\beta-\gamma)\gamma t]}L_0^{\frac{(1-\alpha)(1-\beta-\gamma)+\gamma}{1-\beta-\gamma}}$$

$$\times\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{\frac{(1-\alpha)(1-\beta-\gamma)+\beta}{1-\beta-\gamma}}\tau^{\frac{(1-\alpha)(1-\beta-\gamma)+\gamma}{1-\beta-\gamma}}(1-q)^{1-\alpha}q^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}} \tag{A12}$$

２期目の効用の項目は

$$c_{2t+1}^{\alpha}G_{C_t}^{1-\alpha}=[(1+r_{t+1})s_t]^{\alpha}[(1-q)\tau L_{t+1}w_{t+1}]^{1-\alpha}$$

$$=\beta^{\alpha}(1-\beta)^{-\alpha}(1+n)^{-\alpha+(t+1)(1-\alpha)}L_0^{1-\alpha}(1-q)^{1-\alpha}t^{1-\alpha}w_{t+1} \tag{A13}$$

(A13) 式を整理して

$$c_{2t+1}^{\alpha}G_{C_{t+1}}^{1-\alpha}=\beta^{\alpha}(1-\beta)^{1-\alpha}(1+n)^{-\alpha+(t+1)(1-\alpha)+\gamma t+(\beta+\gamma)[-1+\beta+(1-\beta-\gamma)\gamma t]+}\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}L_0^{\frac{(1-\alpha)(1-\beta-\gamma)+\gamma}{1-\beta-\gamma}}$$

$$\times\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}}\tau^{\frac{(1-\alpha)(1-\beta-\gamma)+\gamma}{1-\beta-\gamma}}(1-q)^{1-\alpha}q^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}} \tag{A14}$$

(A12)，(A14) 式より

$$u_t=ln\left\{(1+\delta)^{\alpha}(1-\beta)(1+n)^{t(1-\alpha)+\gamma t+(\beta+\gamma)[-1+\beta+(1-\beta-\gamma)\gamma t]}L_0^{\frac{(1-\alpha)(1-\beta-\gamma)+\gamma}{1-\beta-\gamma}}\times\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{\frac{(1-\alpha)(1-\beta-\gamma)+\beta}{1-\beta-\gamma}}\right.$$

$$\left.\tau^{\frac{(1-\alpha)(1-\beta-\gamma)+\gamma}{1-\beta-\gamma}}(1-q)^{1-\alpha}q^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}}\right\}$$

$$+\frac{1}{1+\delta}ln\left\{\beta^{\alpha}(1-\beta)^{1-\alpha}(1+n)^{-\alpha+(t+1)(1-\alpha)+\gamma t+(\beta+\gamma)[-1+\beta+(1-\beta-\gamma)\gamma t]+\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}}L_0^{\frac{(1-\alpha)(1-\beta-\gamma)+\beta}{1-\beta-\gamma}}\right.$$

$$\left.\times\left(\frac{1-\tau}{2+\delta}\right)^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}}\tau^{\frac{(1-\alpha)(1-\beta-\gamma)+\gamma}{1-\beta-\gamma}}(1-q)^{1-\alpha}q^{\frac{\gamma}{1-\beta-\gamma}}\right\} \tag{34}$$