# 規模のリスクとその評価

宮原孝夫\*

## 概 要

近年リスクへの関心が非常に高まっており、リスク分析およびリスク管理の議論が多くなされつつある。それらの議論の中で重要な問題として、リスクを定量的に評価するものとしてのリスク尺度の議論がある。リスクの数値化に当たっては、一般には規模に対して比例的な尺度(すなわち、損失の規模が2倍になればリスク値も2倍)が妥当とみなされているが、リスクがランダムなものであることを重視すれば、この考え方は必ずしも妥当ではない。本稿では、「規模のリスク」という概念を導入し、規模のリスクの概念を数値化して表現できる「価値とリスクの尺度」について考察する。

#### 1 はじめに

#### 1.1 問題提起:規模のリスクとは?

資産の評価やリスクの管理に関する間の多くは、不確実性を持ったキャッシュフローの価値 評価の問題に帰着される。もしもキャッシュフローが効率的な市場における資産(原資産)に 付随して生じているものであれば、数理ファイナンスの標準的な理論である [裁定理論] (無裁 定市場を前提にした理論)を適用することができる<sup>1)</sup>.

しかしながら、この [裁定理論] を適用するための前提条件が成立していないような資産の評価をする必要がしばしば生じる. 不動産、保険、リアルオプション、知財、研究開発、新規プロジェクト、天候デリバティブ、などの評価はこれに当たる. すなわち、「裁定理論を適用できないような状況にある資産およびキャッシュフローの、リスクと価値をバランスよく評価できる評価法」を構築することが現代的な課題の1つである.

特に最近問題になるリスクとして、生起確率は小さいが非常に大きな損失を伴うリスクが存在する場合のリスク評価が重要になっている.この場合には、損失と利得のバランスとともに

<sup>\*</sup> E-mail:y-miya@econ.nagoya-cu.ac.jp

<sup>1) [2], [9]</sup> などを参照せよ.

投資規模が問題となる。すなわち、平均的には高収益が見込まれる投資対象でもその一方で非常に大きな損失を生じる可能性が多少ともある場合には投資規模を適切な大きさに抑制しておくことが必要であり、さもないと破産につながるようなリスクに遭遇する可能性が生じる。リーマンショック当時のデリバティブへの投資、最近のシャープや家電メーカーの苦境などの事例は、このようなリスクへの対応の必要性を示していると言えよう。

小規模の投資であれば高収益を期待できリスクもさして問題でないプロジェクトや資産であっても、その規模(=投資額)が巨大になった場合には非常に大きなリスクが顕在化しかねない.このようなリスクを「規模のリスク」と呼ぶことにしよう.

リスクと収益とをバランスよく総合的に評価し得る1つの評価法として,筆者は「リスク鋭感的価値尺度(RSVM: Risk Sensitive Value Measure)」による評価法を [6], [7], [8] 等で提唱してきた<sup>2)</sup>. この評価法は最適な投資規模を議論し得るものであり,規模のリスクの評価にも有効性を発揮し得ることが期待できる.

本稿では、「リスク鋭感的価値尺度(RSVM)」を「規模のリスク」への対処法という視点から 検討してみたい。

## 1.2 リスク研究の現状について

最近は各方面でリスクに対する関心が非常に高まっている。それに伴い、リスクに関連した研究も盛んになっている。例えば、企業活動の総合的なリスク管理の必要性から、ERM(enterprise risk management)の議論も多くなされている。

リスク関連の研究としては、(1) リスク分析、(2) リスク評価、(3) リスク管理、の3つの分野がある。いくつかの研究論文を見るとき、上にあげた3つのうち、(1) のリスクの分析はかなり深まってきているように見える。それに比して、(2) のリスクの評価に関しては旧来のもの(VaR、平均、平均・分散分析)からあまり進んでいない印象を受ける。そのため、折角(1) の詳しい分析があるにもかかわらず、(3) のリスクの管理に関する有効な方法が見えてこない。すなわち、(2) のリスク評価の部分をより深化させる必要がある。

## 1.3 本稿の構成

上の要請にこたえ得る評価法として、「リスク鋭感的価値尺度」(RSVM)による評価法が非常に有力な候補である。この評価法は、「リスクと価値のバランスを考慮に入れた価値尺度」となっており、「適切な事業規模」の議論および複数の事業を統合した「総合的な評価」が可能に

<sup>2)</sup> この議論と関係する他の著者による論文として、[1]、[4]、[5] などがある.

なる.

本稿では、第2節で「価値尺度」に関する基本的な事項を概観したのち、第3節において「リスク鋭感的価値尺度(RSVM)」の定義と特徴を述べる。そして第4節でRSVMの「規模のリスク」への適用の有効性を検討する。さらに最後の第5節で、「規模のリスク」への対処法をRSVMによる評価と組み合わせて考察し、その有効性を検証する。

#### 2 価値尺度

## 2.1 キャッシュフローの価値評価

プロジェクトから発生するキャッシュフローを想定し、その評価法を問題とする。プロジェクト評価の現在の標準的な方法は正味現在価値(NPV)法である。この方法は分かりやすく使いやすいが、プロジェクトの持つ不確実性やプロジェクトの推進過程での柔軟性を十分に反映できていない。本稿での考察対象は、「不確実性」に関する部分に限定する。このときに我々が期待する評価法は、価値とリスクとをバランスよく評価できるような評価法である。

[問題の定式化] 現在価値 (present value (PV)) を考えるが、キャッシュフローの不確実性を扱えるようにするために次のようにランダム現在価値 (RPV=random present value) を導入する.

- ・キャッシュフロー (random cash flow):  $\mathbf{F} = \{F_0, F_1, ..., F_T\}$ .
- ・ <u>ランダム現在価値</u> (random present value) :  $RPV(\mathbf{F}) = \sum_{t=0}^{T} \frac{F_t}{(1+r)^t}$ .

この  $RPV(\mathbf{F})$  の価値を数値で表す関数  $v(RPV(\mathbf{F}))$  を適切に定義して、その値をキャッシュフローの価値と定義したい。この関数  $v(\cdot)$  は確率変数に対して実数値を対応させる関数として定義されるべきものであり、価値尺度(value measure)と呼ぶことにする.

当面、上の  $RPV(\mathbf{F})$  が得られているものとして、この確率変数  $RPV(\mathbf{F})$  の価値を与える価値尺度  $v(\cdot)$  を検討する.

## 2.2 価値尺度の持つべき性質

Lを確率変数からなるある線形空間とし、この空間 Lの要素 X はリターン(上の  $RPV(\mathbf{F})$  に当たる確率変数)であると想定する。 L上で定義された実数値関数 v(X) が価値の尺度 (value measure) として持って欲しい最低限の性質として、次のものがある。

#### Definition 1(凹マネタリ価値尺度)

- (i) (Normalization) : v(0)=0.
- (ii) (Monetary property) : v(X+m)=v(X)+m.
- (iii) (Monotonicity): (a) If  $X \le Y$ , then  $v(X) \le v(Y)$ .
  - (b) If  $X \le Y$  and  $P(\{\omega : X(\omega) < Y(\omega)\}) > 0$ , then v(X) < v(Y).
- (iv) (Concavity):  $v(\lambda X + (1-\lambda)Y) \ge \lambda v(X) + (1-\lambda)v(Y)$  for  $0 \le \lambda \le 1$ .

# Remark 1 性質(i) と(ii)より,次の性質が従う:

If m is deterministic (non-random), v(m)=m.

Remark 2 v(X+Y)と v(X)+v(Y) との関係は、<, =, >, のどの場合もあり得る.

### [価値尺度の候補]

1) 期待値 (Expectation) : E[X] (凹マネタリ価値尺度になる. ただし、リスクに対する意識は無い.)

Remark 3 「裁定理論」による市場価格は、Qを同値マルチンゲール測度として、 $E_Q[X]$ なる形をしている。Xについて線形である。

- 2) 平均分散分析: $E[X]-\frac{1}{2}\alpha V(X)$ . ((iii) の (a) も (b) も満たさない. 他の条件は満たされる.)
- 3) *VaR*: (*VaR* は(iii)(b) を満たさない. 他の条件は満たす.)
- 4) 期待効用:E[u(X)]. (マネタリではない.)
- 5) 確実性等価 (certainty equivalence):次の方程式を満たす c(X):

$$u\left(c\left(X\right)\right) = E\left[u\left(X\right)\right]. \tag{2.1}$$

(マネタリ(性質(ii))を満たすとは限らない.)

6) 効用無差別価格 (utility indifference price):次の方程式を満たす p(X):

$$E[u(X-p(X))] = u(0) = 0. (2.2)$$

Remark 4 ここでの定義は市場を考慮に入れていない場合であり、かつ X の買い手から見た 効用無差別価格である.

(「凹マネタリ価値尺度」になる.)

7) 重みづけ期待値 (Weighted expectation):

$$E^{(w)}[X] = E[Xw(X)], \qquad (2.3)$$

ここで、 $w(x) \ge 0$ 、は重みづけ関数であり、E[w(X)] = 1である.

7') 限界効用による重みづけ期待値(marginal utility weighted expectation):w(x) が次の形の場合,限界効用による重みづけ期待値になっている.

$$w(x) = \frac{u'(x)}{E[u'(X)]}.$$
 (2.4)

Example 1 効用関数 u(x) が

$$u(x) = \frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha x}), \quad \alpha > 0,$$
 (2.5)

の場合の限界効用による重みづけ期待値は次のようになる.

$$\frac{E\left[Xe^{-\alpha X}\right]}{E\left[e^{-\alpha X}\right]}. (2.6)$$

これはエッシャー変換値 (Esscher transformed value) である.

(性質(iv)を持たないような例がある.)

Remark 5 <u>エッシャー変換測度</u> (Esscher transformed measure) はR を<u>市場リスク</u>として、次の形である: $E^R[X] = \frac{E[Xe^{-\alpha R}]}{E[e^{-\alpha R}]}$ .

こうして、上の候補の中で望ましい性質(凹マネタリ価値尺度の性質)を持っているのは、効用無差別価格(utility indifference price)として定まる価値尺度のみであることがわかる.

Remark 6 E[X] は効用関数 u(x)=x の効用無差別価格である.

以上の結果から、「価値尺度」の候補は、「効用無差別価格」のクラスの中から選択することが妥当であると言える。

Remark 7 「平均分散分析」の方法も「規模のリスク」を考慮に入れた評価法の一つではある. しかし、必ずしも適切な評価法でないことは、のちに示す. (5節を参照せよ.)

#### 3 リスク鋭感的価値尺度

前節の結果として、「効用無差別価格」のクラスの中から望ましい価値尺度を選び出すことが必要となる。これは[7]でなされている。その結論は、「リスク鋭感的価値尺度」が最も適切な価値尺度である、ということである。本節では、「リスク鋭感的価値尺度(RSVM)」の定義および性質について述べる。

## 3.1 リスク鋭感的価値尺度

効用無差別価格の中で特に、指数型効用関数に注目し、次の価値尺度を導入する.

Definition 2(リスク鋭感的価値尺度(RSVM))次式で定まる凹マネタリ価値尺度

$$U^{(\alpha)}(X) = -\frac{1}{\alpha} \log E\left[e^{-\alpha X}\right], \quad \alpha > 0, \tag{3.1}$$

を(リスク回避度 $\alpha$ の)リスク鋭感的価値尺度(RSVM)と呼ぶ.

Remark 8 指数型効用関数

$$u_{\alpha}(x) = \frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha x}) \tag{3.2}$$

から定まる効用無差別価格が上の $U^{(\alpha)}(X)$ あることは、計算により容易に分かる.

Remark 9 この尺度は、リスク尺度の議論の中で「エントロピック尺度」と呼ばれているものと同じである。著者が「リスク鋭感的価値尺度」と呼ぶことにした理由は、価値評価の問題を動学化した時この価値尺度による評価法は「<u>リスク鋭感的確率制御</u>」の問題に帰着されることによる。

Remark 10 次の近似式が成り立つ.

$$U^{(\alpha)}(X) = -\frac{1}{\alpha} \log E[e^{-\alpha X}] = E[X] - \frac{1}{2} \alpha V[X] + \cdots$$
 (3.3)

特に、 X がガウス型であるときには

$$U^{(\alpha)}(X) = -\frac{1}{\alpha} \log E \left[ e^{-\alpha X} \right] = E[X] - \frac{1}{2} \alpha V[X]$$
 (3.4)

が成立する. したがって, ガウス型の分布に対しては平均分散分析と一致していることになる.

なお. エッシャー変換値に対しても同様の近似式

$$\frac{E\left[Xe^{-\alpha X}\right]}{E\left[e^{-\alpha X}\right]} = E\left[X\right] - \alpha V\left[X\right] + \cdots \tag{3.5}$$

が成立し、 Xがガウス型のときの等式

$$\frac{E\left[Xe^{-\alpha X}\right]}{E\left[e^{-\alpha X}\right]} = E\left[X\right] - \alpha V[X] \tag{3.6}$$

が成立するこを注意しておこう.

以下、「リスク鋭感的価値尺度」の特性を見ていくことにする.

## 3.2 独立加法性

Definition 3 (独立加法性 (Independence-Additivity) 価値尺度 v(X) が次の性質

e) (Independence-Additivity) :  $X \perp Y$  (独立)  $\Rightarrow v(X+Y) = v(X) + v(Y)$  を持つ時,v(X) は独立 加法性を持つと言う.

次のことは容易に確かめられる.

Proposition 1 リスク鋭感的価値尺度  $U^{(\alpha)}(X)$  は独立加法性を持つ.

上の逆命題に当たる次の結果が知られている.

Proposition 2 効用関数 u(x) が  $C^{(2)}$  級で

$$u(0) = 0, \quad u'(0) = 1, \quad u''(0) = -\alpha,$$
 (3.7)

であるとする. この時この効用関数から定まる効用無差別価格が独立加法性を持つならば, u(x) は次の形をしている.

$$u(x) = u_{\alpha}(x) = \frac{1}{\alpha}(1 - e^{-\alpha x})$$
. (3.8)

(Proof) [13, p. 92, Theorem 3.2.8] を見よ.

Remark 11 エッシャー変換による価値尺度

$$\frac{E\left[Xe^{-\alpha X}\right]}{E\left[e^{-\alpha X}\right]}$$

も独立加法性を持つことを示すことができる.

#### 3.3 最適な規模

あるプロジェクトへの投資額を増やした場合にその投資への価値評価は投資額に比例的であろうか?「規模のリスク」とは、そのプロジェクトの不確実性の性格によっては比例的ではなく、投資額が巨額になる場合に価値が下がる可能性がある、という認識であった。これに関連することとして、リスク鋭感的価値尺度は次の Proposition に述べるように、最適な規模のを議論できる価値尺度である。

Proposition  $3^3$  確率変数 X が積率母関数を持ち、次の条件

$$E[X] > 0, \quad P(X < 0) > 0,$$
 (3.9)

を満たしているものとする. この時次のことが言える.

(i)  $U^{(\alpha)}(\lambda X)$  は、 $0 < \lambda \le 1$  のとき正で、次式が成立する.

$$\lim_{n \to \infty} U^{(n)}(\lambda X) = -\infty. \tag{3.10}$$

(ii) このプロジェクトの最適な規模  $\lambda_{opt}$  が定まり、 $\lambda_{opt}$  はリスク回避度  $\alpha$  の関数として次のように表現される.

$$\lambda_{opt} = \frac{C_X}{\alpha}, \quad \alpha > 0. \tag{3.11}$$

ここで  $C_X$  は  $E[Xe^{-C_XX}]=0$  の解である.

## 3.4 リスク鋭感的価値尺度 (RSVM) の優れた点

今まで見てきたことから、リスク鋭感的価値尺度が次のような特徴を持っていることが分かる.

- 1. 凹マネタリ価値尺度の性質を持っている.
- 2. 指数型効用関数の効用無差別価格である. (同時に,確実性等価でもある.)
- 3. 規模に対する最適性を議論できる. (次ページの命題参照.)
- 4. <u>独立加法性</u>を持っている. (効用無差別価格の中でこの性質を持つものは, Risk Sensitive Value Measure のみである.)
- 5. 分布全体を考慮した上での、<u>risk sensitive</u> な価値尺度である. (リスクへの態度は、パラメーター  $\alpha$  に入っている.)

## 4 規模のリスクを考慮に入れた価値評価

## 4.1 数值例

3つの確率変数 X, Y, Zを考え、その分布が次のようであったとする.

$$P(X=-10)=0.02$$
,  $P(X=4)=0.5$ ,  $P(X=8)=0.48$   
 $P(Y=-2)=0.15$ ,  $P(Y=4)=0.7$ ,  $P(Y=10)=0.15$   
 $P(Z=-1)=0.3$ ,  $P(Z=4)=0.6$ ,  $P(Z=16)=0.1$ 

平均と分散は次のようになっている.

$$E[X] = 5.64, V[X] = 8.9104,$$

<sup>3)</sup> この結果は、セミナーでの京都産業大学・辻井芳樹教授との議論に基づいている.

$$E[Y]=4.00, V[Y]=10.8000,$$
  
 $E[Y]=3.70, V[Z]=21.8100.$ 

この3つの分布の特徴を見ておこう。 X は平均的には有利な資産であるが、小確率の大きなリスクを抱えており、規模のリスクを内包している。 Y はバランスのとれた分布である。 Z は平均は低いが右に偏った分布をしており、規模のリスクは少なくむしろ規模のメリットを受ける可能性を内包している。

このような特徴から、「規模のリスク」の視点からすると、規模が増大するとき相対的にはXの評価が低くなりZの評価は高まりYの評価は中庸、という評価になるのが妥当と思える。前節で導入した「リスク鋭感的価値尺度」による評価法を適用した場合に丁度そのような評価結果になることを、数値例により示そう。その際「平均分散分析」の結果も合わせて提示し両者の比較ができるようにした。

数値例の計算において、リスク回避度は  $\alpha$ =0.05 としている。 規模 (サイズ) を示すパラメーター  $\lambda$  は 1, 2, …, 20 を動くとしている。 平均分散分析による評価値は  $MV_x$  などと記しており、

$$MV_{x} \! = \! E\left[ X \right] \! - \! \frac{1}{2} \alpha V[\lambda X] \! = \! E\left[ X \right] \! - \! \frac{1}{2} \alpha \lambda^{2} V[X],$$

で与えられる. リスク鋭感的価値尺度は $RSVM_x$ などと記しており、

$$RSV M_x = U^{(\alpha)}(\lambda X) = -\frac{1}{\alpha} \log \{E[e^{-\alpha(\lambda X)}]\}$$

で与えられている。

計算結果は以下の通りである.

### $\alpha = 0.05$

| λ  | $MV_x$    | $RSVM_x$   | $MV_y$    | $RSVM_y$  | $MV_z$     | $RSVM_z$  |
|----|-----------|------------|-----------|-----------|------------|-----------|
| 1  | 5.417240  | 5.381304   | 3.730000  | 3.729802  | 3.154750   | 3.213878  |
| 2  | 10.388960 | 10.043808  | 6.920000  | 6.917064  | 5.219000   | 5.649037  |
| 3  | 14.915160 | 13.521364  | 9.570000  | 9.556959  | 6.192750   | 7.511068  |
| 4  | 18.995840 | 15.127878  | 11.680000 | 11.646280 | 6.076000   | 8.922791  |
| 5  | 22.631000 | 14.163164  | 13.250000 | 13.188966 | 4.868750   | 9.959279  |
| 6  | 25.820640 | 10.355244  | 14.280000 | 14.200910 | 2.571000   | 10.671750 |
| 7  | 28.564760 | 4.096341   | 14.770000 | 14.712311 | -0.817250  | 11.100837 |
| 8  | 30.863360 | -3.853309  | 14.720000 | 14.766822 | -5.296000  | 11.282718 |
| 9  | 32.716440 | -12.796062 | 14.130000 | 14.417932 | -10.865250 | 11.251235 |
| 10 | 34.124000 | -22.268194 | 13.000000 | 13.723921 | -17.525000 | 11.038123 |
| 11 | 35.086040 | -32.008482 | 11.330000 | 12.742895 | -25.275250 | 10.672577 |

| 12 | 35.602560 | -41.881393  | 9.120000   | 11.528915 | -34.116000  | 10.180772 |
|----|-----------|-------------|------------|-----------|-------------|-----------|
| 13 | 35.673560 | -51.819265  | 6.370000   | 10.129651 | -44.047250  | 9.585588  |
| 14 | 35.299040 | -61.788863  | 3.080000   | 8.585410  | -55.069000  | 8.906588  |
| 15 | 34.479000 | -71.773961  | -0.750000  | 6.929195  | -67.181250  | 8.160181  |
| 16 | 33.213440 | -81.766643  | -5.120000  | 5.187368  | -80.384000  | 7.359922  |
| 17 | 31.502360 | -91.763044  | -10.030000 | 3.380592  | -94.677250  | 6.516870  |
| 18 | 29.345760 | -101.761270 | -15.480000 | 1.524834  | -110.061000 | 5.639959  |
| 19 | 26.743640 | -111.760395 | -21.470000 | -0.367698 | -126.535250 | 4.736348  |
| 20 | 23.696000 | -121.759963 | -28.000000 | -2.287744 | -144.100000 | 3.811738  |

#### 4.2 考察

上に得られた数値例から、次のようなことが読み取れる.

- (1) 平均分散分析 (MV) で評価するとき、リスクは分散ではかられる。そのため平均が高めで分散が相対的に小さい X は規模が大きくなっても高い評価で、平均が低く分散の大きい Z は規模が大きくなるとき低い評価になる。Yの評価はその中間となっている。
- (2) 規模の拡大に伴う X の評価値は、MV で見るとき高く RSVM で見るとき急激に低くなる. これは、RSVM が規模のリスクを敏感に捉えていることを示している.
- (3) 規模の拡大に伴う Yの評価値は、MV で見ても RSVM で見てもあまり差がない、Yの分布がバランスのとれたものであるから、その場合には妥当な評価になっていると言える.
- (4) 規模の拡大に伴う Zの評価値は、MV で見るとき急激に低くなり RSVM で見るとき相対的に高い評価になっている.これは、Zの分布が正のほうに歪んでいて望ましいものであるにもかかわらず、MV で見るときには正の方への偏りによる分散への影響もリスクとして捉えてしまっていることによる.その点、RSVM では妥当な評価になっていると言える.
- (5) リスク鋭感的価値尺度 (RSVM) で評価するとき、マイナスの裾があるときそのリスクを 規模の増大とともにより大きなリスクとしてとらえ、プラスの裾があるときは高い方向へ の評価となる.

上のような状況は、RSVM が規模のリスクを取り込んだ価値尺度としての適性を持っていることを示していると言えよう.

#### 4.3 規模のリスクへの対応

規模のリスクを考慮に入れた価値評価の方法が、ここまでで説明した「リスク鋭感的価値尺

度(RSVM)」により確立されたものとしよう、その上で規模のリスクへの対処法を考える。すなわち、生起確率は非常に小さい巨大リスクの回避法である。これに対しては次の3つがある。

- (1) 保険、または保険と同様の役割を果たしうるデリバティブの活用、
- (2) 適切なポートフォリオを組むことによるリスクの軽減化.
- (3) リアルオプション・アプローチの導入.

これらのことを実行するに当たっては「複数の事業・投資の総合評価」が必要であり、その場合の評価尺度としても「リスク鋭感的価値尺度(RSVM)」の活用が有効である。(これについては、稿を改めて述べる予定。)

#### 5 まとめ

本稿では、「リスク鋭感的価値尺度(RSVM)」が規模のリスクを考慮に入れた資産の評価尺度として適切なものであることを示した。今後の主要な研究課題は規模のリスクへの対処法である。これに対しては次の3つがある。

- (1) 保険、または保険と同様の役割を果たしうるデリバティブの活用、
- (2) 適切なポートフォリオを組むことによるリスクの軽減化.
- (3) リアルオプション・アプローチの導入.

このうち、(3) はプロジェクト推進など動学的にモデル化された問題に有効である.

上の(1), (2) の方法を「リスク鋭感的価値尺度」による評価法と整合する形で構築することを 当面の課題とし、それに続いて、「リスク鋭感的価値尺度」と(3)「リアルオプション・アプロー チ」を組み合わせたプロジェクト推進上の戦略とリスク管理の理論の確立を目指したい。

なお、「リスク鋭感的価値尺度」による評価法は、ランダムな要素のあるほぼあらゆる分野に 適用できることを注意しておこう. 例えば、次のようなものがある.

- ・プロジェクトの価値評価、および投資の優先順位付け.
- ・研究開発や知財の価値評価、ベンチャー企業の評価.
- ・エネルギー開発などの巨大プロジェクトの評価.
- ・ポートフォリオの価値評価と、その企業価値評価への応用.
- ・設備や工場の最適なメンテナンス法.
- ・投資信託の選択の基準設定と優先順位付け.

これらの問題については、すでに手を付けられているものもいくつかあるが<sup>4)</sup>、多くは今後に 残された課題である、今後、順次扱ってゆきたい.

<sup>4)</sup> 参考文献の[3], [10], [11], 「12] など.

# 参考文献

- [1] P. Cheridito, F. Delbaen and M. Kupper (2006), 'Dynamic Monetary Risk Measures for Bounded Discrete-Time Processes,' *Electronic J. Probab.* 11, 57–106.
- [2] Delbaen, F. and Schachermayer, W. (2005), The Mathematics in Arbitrage, Springer.
- [3] T. Hirose, H. Miyauchi, and T. Misawa (2011), 'Project Value Assesment of Thermal Power Plant Based on RNPV Probit Model Considdering Real Option,' (submitted).
- [4] M. Kupper and W. Schachermayer (2009), 'Representation Results for Law Invariant Time Consistent Functions, *Mathematics and Financial Economics*, Vol. 2, No. 3, 189–210.
- [5] T. Misawa (2010), 'Simplification of Utility Indifference Net Present Value Method', OIKO-NOMIKA, Nagoya City University, Vol. 46, No. 3, 123–135.
- [6] 宮原孝夫 (2006),「期待効用理論に基づくプロジェクトの価値評価法」, Discussion Papers in Economics, Nagoya City University, No. 446. 1-21.
- [7] Y. Miyahara (2010), 'Risk-Sensitive Value Measure Method for Projects Evaluation,' *Journal* of Real Options and Strategy, Vol. 3, No. 2, 185-

204.

- [8] 宮原孝夫 (2011),「リスク鋭感的価値尺度によるプロジェクトの評価」, Discussion Papers in Economics, Nagoya City University, No. 531, 1-29
- [9] Y. Miyahara (2012), Option pricing in Incomplete Markets: Modeling Based on Geometric Levy Processes and Minimal Entropy Martingale Measures, ICP.
- [10] H. Miyauchi, N. Hirata, and T. Misawa (2011), 'Risk Assesment for Generation Investment by Probit Model Simpli. ed UNPV Method,' (preprint).
- [11] 三輪昌隆, 宮原孝夫 (2010), 「設備維持管理計画の価値評価に対する制御マルコフ過程によるリアルオプションアプローチ」, リアルオプション研究, Vol. 3, No. 1, 1-23.
- [12] Y. Miyahara and Y. Tsujii (2011), 'Applications of Risk-Sensitive Value Measure Method to Portfolio Evaluation Problems,' *Discussion Papers in Economics, Nagoya City University*, No. 542, 1-12. (in preparation).
- [13] T. Rolski, H. Schmidli, V. Schmidt and J. Teugels (1999), Stochastic Processes for Insurance and Finance, Wiley.

(2012年12月16日受領)